

# 7

## TECHNOLOGIES MODERNES

### 1 GLOBAL POSITIONNING SYSTEM (GPS)

#### 1.1 Qu'est-ce que le GPS ?

Le GPS est au départ un système militaire de navigation réalisé et contrôlé par les États-Unis depuis 1970. Son appellation initiale est NAVSTAR (*Navigation System by Timing and Ranging*). Il est géré par le Département des Transports qui en tolère actuellement l'utilisation civile.

Le but du GPS est de fournir à un utilisateur terrestre, voiture, avion, bateau, sa position, sa vitesse et sa synchronisation instantanée dans un système de référence mondial en tout lieu et à tout instant. Pour réaliser ce but, il est nécessaire de pouvoir observer en permanence quatre satellites GPS simultanément ; pour cela, on dispose d'une constellation de 24 satellites répartis sur six plans orbitaux à une altitude d'environ 20 200 km (fig. 7.1.).

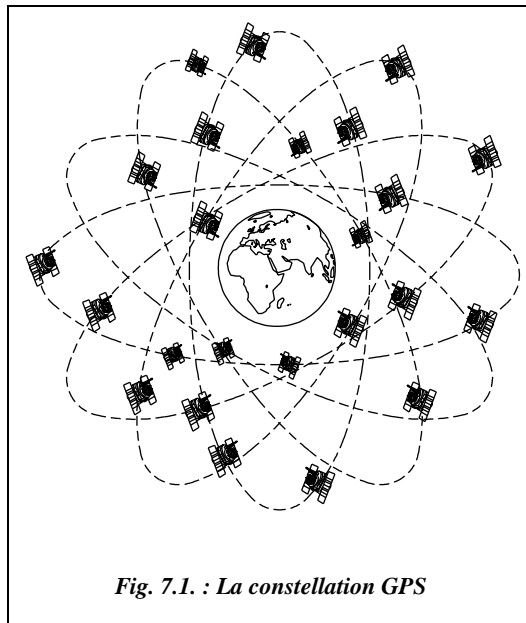


Fig. 7.1. : La constellation GPS

### 1.1.1

## Le segment spatial : les satellites

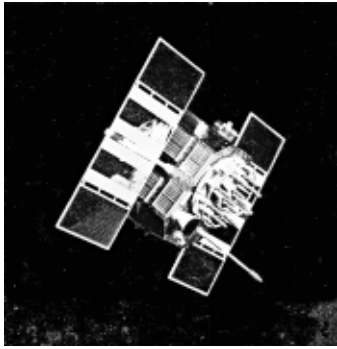


Fig. 7.2. : Satellite GPS

Les orbites des satellites sont choisies de façon que l'on puisse observer toujours un minimum de quatre satellites avec une élévation d'au moins  $15^\circ$  en tout point de la planète et à tout instant. Les six plans orbitaux sont inclinés à  $55^\circ$  sur l'équateur.

Un satellite GPS parcourt son orbite en 12 heures à une vitesse d'environ 4 km/s, soit 14 000 km/h.

On peut schématiser un satellite GPS (fig. 7.2.) comme étant une horloge de très haute précision<sup>1</sup> tournant autour de la terre à une vitesse et une altitude bien définies. Ces horloges émettent et reçoivent en permanence des ondes radioélectriques, dans le domaine des micro-ondes, qui peu-

vent être captées par des récepteurs placés à terre. Ces ondes se propagent à la vitesse de la lumière, soit  $c \approx 300\,000$  km/s. Le temps GPS a pour origine le 5 janvier 1980 à 0 h UTC (temps universel de l'U.S. *Naval Observatory*) ; les journées et les semaines GPS sont comptées depuis cette date. Une des applications du système GPS est l'obtention du temps UTC avec une précision de 100 nanoseconde, soit  $10^{-7}$  seconde, et jusqu'à  $10^{-8}$  seconde sur un jour.

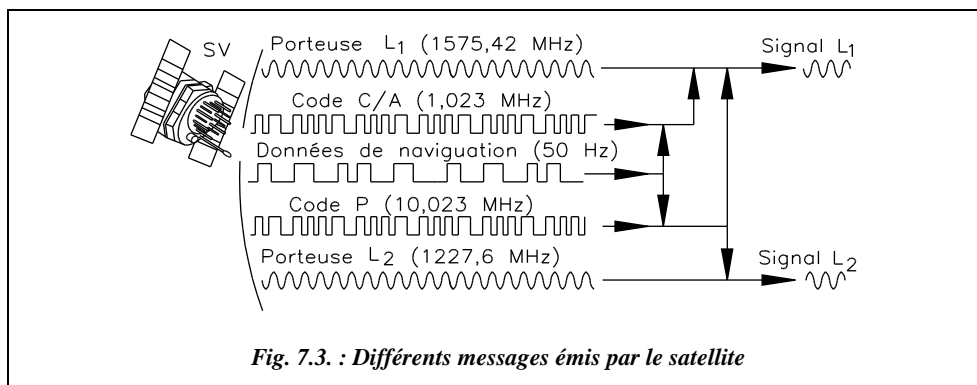
La constellation des satellites est complète depuis la fin de l'année 1993. Progressivement, les satellites de première génération (bloc 1) sont remplacés par des satellites de deuxième génération (bloc 2 puis 2R) plus performants et plus légers. Ainsi les horloges atomiques à l'hydrogène des satellites du bloc 2R, livrés à partir de 1996, portent leur précision jusqu'à  $10^{-15}$  seconde sur un jour. La durée de vie d'un satellite est de 8 à 10 ans, ce qui donne une idée du coût de maintenance d'un tel système : il faut lancer plus de trois satellites par an.

Chaque satellite (SV ou *Space Vehicle*) émet en permanence sur deux fréquences différentes :  $L_1$  et  $L_2$  (fig. 7.3.). Le signal de base est une oscillation sinusoïdale appelée **porteuse**. Les fréquences utilisées sont  $f_1 = 1\,575,42$  MHz et  $f_2 = 1\,227,60$  MHz, soit des longueurs d'ondes  $L_1 = 19$  cm et  $L_2 = 24$  cm.

Ces ondes porteuses sont modulées (voir chap. 4, § 6.13) par des codes qui sont des séquences binaires répétitives (fig. 7.3.) :

- code **C/A**, *Coarse Acquisition* ou bien acquisition grossière, pour la fréquence  $L_1$  ;
- code **P**, *Precise* ou acquisition précise, pour les fréquences  $L_1$  et  $L_2$ .

<sup>1</sup> Chaque satellite du bloc 2 (deuxième génération) emporte quatre horloges atomiques précises à  $10^{-13}$  seconde, jusqu'à  $10^{-14}$  sur un jour.



Des données de navigation sont aussi émises par chaque satellite, paramètres de son orbite indispensables pour les calculs de positionnement.

Depuis les satellites du bloc 2, les militaires américains utilisent deux cryptages pour dégrader la précision du système :

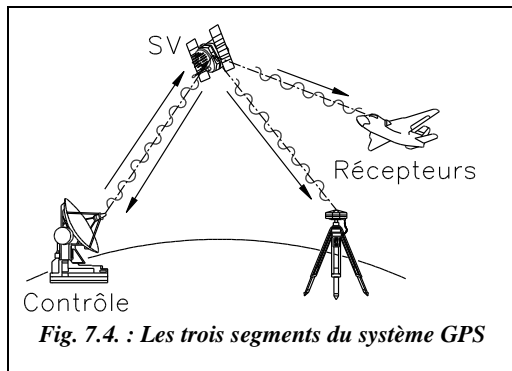
- **la dégradation S/A** (*Selective Availability* ou disponibilité sélective) provoquant des erreurs d'horloge et des dégradations des éléments du message radiodiffusé (éphémérides des satellites, paramètres d'horloges). Elle devrait s'arrêter vers l'an 2000 ;
- **le cryptage A/S** (*Anti Spoofing* ou anti-brouillage), qui est une modulation additionnelle du code P qui devient alors un mystérieux code Y accessible aux seuls militaires américains. Ce cryptage du code P est en vigueur depuis le mois de février 1994. Les récepteurs les plus récents arrivent toutefois à s'affranchir presque totalement de ce brouillage et continuent donc d'utiliser le code P ; différents types de récepteurs sont apparus, portant le nom de la méthode de reconstitution du code P qu'ils utilisent : ce sont les récepteurs de type *squaring* (ou élévation au carré), de type *cross correlation* (ou corrélation croisée) ou de type Z.

Le code C/A donne accès au service **SPS** (*Standard Positioning service*) qui permet avec un seul récepteur (fonctionnement en mode naturel, voir § 1.2) et en temps réel d'obtenir une précision de 20 à 40 m lorsque la précision du système n'est pas dégradée.

Le code P donne accès au service **PPS** (*Precise Positioning service*) qui permet avec un seul récepteur d'obtenir une précision de 15 à 20 m lorsqu'il n'est pas dégradé.

Lorsque le système est dégradé par S/A et/ou A/S, la précision en PPS et SPS passe à 100 m en planimétrie et à 150 m en altimétrie. En temps normal, la dégradation S/A est active. Si pour des besoins stratégiques (comme ce fut le cas pendant la Guerre du Golfe où la pénurie de récepteurs GPS dans l'armée américaine a conduit à utiliser des récepteurs du commerce), la dégradation est inactive, la précision de positionnement des récepteurs individuels redevient proche de 20 m en absolu et en temps réel.

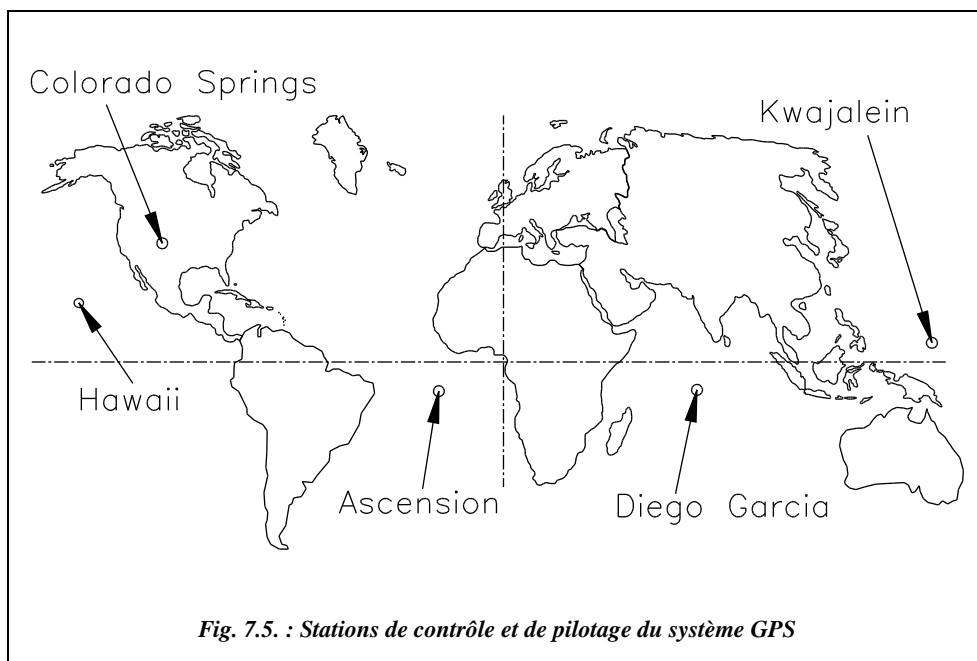
### 1.1.2 Le segment de contrôle



Les satellites reçoivent des informations de cinq stations de contrôle situées au sol (fig. 7.4. et 7.5.) : ces informations permettent de régler la position orbitale et la vitesse du véhicule spatial ; elles permettent également de synchroniser parfaitement les horloges atomiques de tous les satellites. Ces opérations de repositionnement et de resynchronisation sont effectuées à chaque passage, soit toutes les 12 heures.

En captant les émissions des satellites, les stations de contrôle vérifient leur fonctionnement. De temps en temps, un satellite est bloqué pour des travaux de maintenance. Un satellite en fonctionnement normal est déclaré *healthy* (bien portant) ; un satellite en cours de repositionnement est déclaré *unhealthy* (malade) et ne sera pas pris en compte dans les mesures – cette information est envoyée par le satellite lui-même.

Le positionnement et la synchronisation des satellites sont assurés par un pilotage permanent depuis cinq stations de contrôle terrestres (fig. 7.5.). La station principale est celle de Colorado Springs, située aux États-Unis.



### 1.1.3 Le segment utilisateur

Les récepteurs des usagers utilisent donc les signaux des satellites pour calculer leur propre position, leur vitesse et pour se synchroniser sur l'horloge des satellites.

Ces récepteurs se composent donc d'une antenne couplée à un ordinateur, une horloge de précision et un décodeur de messages.

Les récepteurs de navigation et de topométrie sont très différents :

- **les récepteurs de navigation** fonctionnent **seuls** (mode naturel, § 1.2). Ils mesurent des distances à partir de la mesure du **temps de trajet** de l'onde de l'émetteur au récepteur ; cette mesure est malheureusement **peu précise** du fait de la précision des horloges des récepteurs et des variations de la vitesse de propagation des ondes. Ils se présentent sous la forme de petits appareils portables et autonomes. Ils donnent en temps réel la position du récepteur à 100 m près ;
- **les récepteurs géodésiques** (fig. 7.6.) sont destinés à un fonctionnement en **mode différentiel** (voir § 1.3) nécessitant deux récepteurs. Dans ce mode, les calculs de position sont généralement effectués après les mesures (post-traitement) par la mise en commun et le recoupement des informations enregistrées sur chaque récepteur. Les distances sont calculées par des **mesures sur la phase des ondes**. Ces mesures sont **précises mais ambiguës** (voir § 1.3.1). Chaque récepteur est donc constitué d'une antenne, associée à un trépied de manière à pouvoir stationner à la verticale d'un point et d'un ordinateur distinct, relié par câble à l'antenne. Ce dernier enregistre des mesures à des intervalles de temps réguliers. Sur certains modèles, un disque de protection en acier est ajouté sous l'antenne et sert à éviter les arrivées de réflexions d'ondes parasites en provenance du sol. La mise en station doit placer l'antenne au-dessus de l'opérateur pour éviter que ce dernier ne constitue un obstacle ou masque entre le satellite et le récepteur lors de ses déplacements autour de l'antenne.

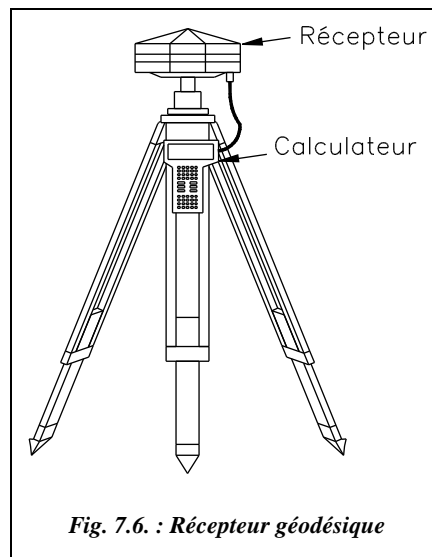


Fig. 7.6. : Récepteur géodésique

#### 1.1.3.1 Monofréquence et bifréquence

Les ondes émises par les satellites traversent l'ionosphère, couche de l'atmosphère qui s'étend de 50 à 1 000 km où l'air est fortement ionisé, ce qui le rend conducteur d'électricité et qui constitue une importante source d'erreurs dans les mesures de positionnement (voir § 1.2.2). Une manière de s'affranchir de ces erreurs est de faire des mesures **sur les deux fréquences** différentes émises par les satellites  $L_1$  et  $L_2$  : on parle alors de récepteur **bifréquence**.



Un récepteur **monofréquence** ne capte que la fréquence  $L_1$  et il corrige les effets de l'ionosphère par un calcul fondé sur un modèle mathématique dont les paramètres sont diffusés par les satellites. On considère généralement que pour des lignes de base inférieures à 10 km, les distances séparant le satellite du récepteur sont équivalentes pour les deux récepteurs, leur différence étant négligeable comparée à la distance moyenne. La durée

d'observation sera toutefois plus longue en monofréquence, le modèle mathématique étant moins précis qu'une mesure sur deux fréquences.

### 1.1.3.2 Comparaison des deux types de récepteur

Monofréquence $L_1$ Capte le code C/A et la phase $L_1$	Bifréquence $L_1$ et $L_2$ Capte les codes C/A et/ou P et la phase $L_1 + L_2$
Mesure les lignes de base < 10 km	Précision identique pour les lignes de base < 10 km Indispensable pour les grandes lignes de base : > 15 à 20 km et en atmosphère difficile (exemple des régions équatoriales)
10 à 20 mn d'observation en statique	2 à 10 mn d'observation en statique rapide

### 1.1.3.3 Résumé des différents modes de mesure

Le tableau suivant résume les différentes techniques à la disposition de l'utilisateur GPS.

Mode	Application	Type de mesure	Longueur d'onde $\lambda$ / bruit *	Précision (avec S/A)	Technologie
<b>Absolu</b>	Navigation	Pseudo-distance (code C/A ou P)	300 m / 1 à 3 m	100 m (C/A) 15 m (P)	Récepteur isolé **
<b>Relatif</b>	Navigation différentielle (DGPS)	Pseudo-distance (code C/A)	300 m / 1 à 3 m	1 à 15 m	2 récepteurs + liaison radio **
		Pseudo-distance (code P)	30 m / 10 à 30 cm	1 à 2 m	
	Topométrie	Phase ( $L_1$ et/ou $L_2$ )	20 cm / 1 à 2 mm	qqes mm	2 récepteurs ***

\* Le bruit de mesure est de l'ordre de 0,01.  $\lambda$ .

\*\* Résultats en temps réel.

\*\*\* Résultats en différé.

## 1.2 Le mode naturel ou positionnement absolu

Si l'on arrive à mesurer le temps  $\Delta t$  mis par l'onde émise par un satellite pour parcourir la distance qui le sépare du récepteur, on peut en déduire la distance  $D$  parcourue par cette onde par la relation  $D = c \cdot \Delta t$ .

On matérialise ainsi une sphère de positionnement possible du récepteur autour du satellite (fig. 7.7.). Avec deux satellites, on obtient un cercle (intersection de deux sphères). Avec trois satellites, on obtient deux points et avec quatre satellites on obtient un seul point (avec un contrôle) qui est la position du

récepteur. Dans certaines applications où l'altitude n'est pas nécessaire, la terre peut faire office de quatrième sphère. On peut faire une analogie avec une multilatération dans l'espace à trois dimensions (voir § 1.2.3).

La nécessité d'observer quatre satellites se justifie également par le fait que le problème est à quatre inconnues ( $x$ ,  $y$ ,  $z$  et le temps  $t$ ), il faut donc disposer de quatre équations. Nous verrons au paragraphe 1.2.2. que le temps  $t$  fait partie des inconnues.

Le calcul de la position est fait par un processeur associé à l'antenne réceptrice : il fournit en quelques secondes sa position, généralement en coordonnées géographiques, et l'heure en temps universel de même que la vitesse instantanée du récepteur.

Ce mode de mesure est parfois appelé **mode naturel** car il correspond à la finalité première du système GPS : positionnement en temps réel et synchronisation des engins militaires américains. La précision que l'on peut atteindre est au mieux de l'ordre de quelques dizaines de mètres, ce qui est largement suffisant pour la navigation. Dans la pratique, pour les civils, le positionnement est connu à 100 m près.

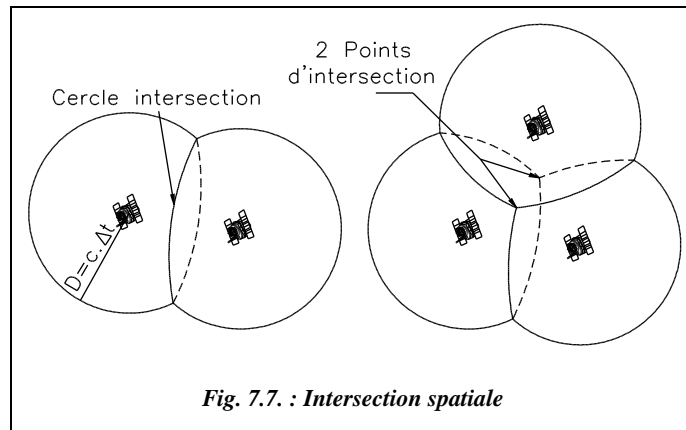


Fig. 7.7. : Intersection spatiale

### 1.2.1 Mesure du temps mis par l'onde pour arriver au récepteur

Chaque satellite est équipé d'une horloge atomique (précises de  $10^{-13}$  à  $10^{-14}$  seconde sur un jour) et les horloges de tous les satellites sont régulièrement synchronisées par les stations de contrôle qui réajustent aussi les orbites des satellites.

Lors d'une mesure GPS, le récepteur passe par une phase d'initialisation durant laquelle il reçoit des satellites les éphémérides de la constellation complète et l'heure exacte. Ceci permet au processeur du récepteur de régler son horloge sur celle des satellites. Ensuite vient la phase de détermination de la position. Dans les signaux qu'il émet, le satellite envoie au récepteur l'heure  $t_0$  de départ de ces signaux en même temps que le code correspondant. Le récepteur reçoit le signal au temps  $t_1$  et peut donc en déduire le temps  $(t_1 - t_0)$  mis par l'onde pour arriver, et la distance parcourue par la relation  $D = c.(t_1 - t_0)$ . Ce temps de trajet est de l'ordre de 70 millisecondes (20 200 km à la vitesse de 300 000 km/s).

En fait, de nombreuses sources d'erreur altèrent la précision de cette mesure absolue de temps et font que la précision est au mieux de l'ordre de quelques mètres, on parle aussi de « bruit de mesure », (voir § 1.2.2 ci-après).

### 1.2.2 Difficultés de la mesure du temps de trajet

La mesure du temps de trajet dépend des facteurs suivants.

- La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est celle de la lumière **dans le vide**. La vitesse de propagation dans l'atmosphère est légèrement inférieure ; elle est fonction de l'indice de réfraction du milieu traversé (voir aussi chap. 4, § 6.2 sur les mesures avec IMEL). C'est donc une première source d'imprécision.
- La propagation des ondes à travers l'atmosphère terrestre est surtout retardée par l'**ionosphère** (couche de l'atmosphère entre 50 et 1000 km : milieu dispersif ionisé par les radiations solaires). Un écart d'une vingtaine de nanosecondes peut apparaître pendant le trajet entre l'émetteur et le récepteur, ce qui représente, à la vitesse de la lumière, 6 m d'écart ( $20.10^{-9} \times 3.10^8$ ). Le retard étant fonction de la fréquence de l'onde, on peut s'en affranchir en captant les deux longueurs d'onde émises par les satellites, ce qui est le cas des récepteurs bifrécquence (§ 1.1.3.1). Les récepteurs monofréquence utilisent un modèle mathématique (moins précis mais suffisant pour un éloignement maximal de 10 km entre les deux récepteurs au sol) de l'ionisation dont les paramètres sont envoyés par les satellites.
- Les problèmes de réfraction atmosphérique conduisent aussi à éviter les mesures avec de grandes dénivelées entre les deux extrémités du vecteur mesuré.
- Les molécules de vapeur d'eau de l'atmosphère peuvent également retarder les signaux par absorption, selon le même processus que celui utilisé dans les fours à micro-ondes. Cet effet, qui se produit dans la **troposphère**, couche atmosphérique la plus voisine de la terre dont l'épaisseur augmente de 5 km aux pôles à 18 km à l'équateur, perturbe les mesures, en particulier dans les régions à climat chaud et humide situées près de l'équateur, régions tropicales et équatoriales. Le retard troposphérique est de l'ordre de 2 m pour un satellite situé au zénith jusqu'à 30 m pour une élévation de  $5^\circ$ . Les effets de la troposphère sont pris en compte par des modèles mathématiques (Saastamoinen, Hopfield, Goad et Goadman, etc.) qui donnent de bons résultats, à condition de disposer des paramètres de température, de pression et d'humidité de la troposphère ; à défaut, les paramètres standard sont, en France, à



l'altitude 0 : une température sèche égale à 20 °C, un taux d'humidité de 50 % et une pression de 1 010 hPa ou mbar.

- **L'horloge des récepteurs** est moins précise que celle des satellites pour une question de coût et de transport : une horloge atomique est très chère et pèse plusieurs centaines de kilogrammes, ce qui entraîne une erreur sur la mesure du temps de parcours et donc sur la distance. Ces erreurs dépendent bien sûr de la qualité de l'horloge des récepteurs. L'horloge des satellites peut aussi présenter des décalages essentiellement dus au cryptage (§ 1.1.1). L'horloge des récepteurs est généralement un quartz qui donne la nanoseconde ce qui, à la vitesse de la lumière, donne une incertitude de  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \times 10^{-9} \text{ s} = 30 \text{ cm}$ .
- Les phénomènes de **multitrajet** sont aussi pénalisants : les ondes émises par les satellites ne parviennent pas forcément en droite ligne au récepteur. Il peut y avoir des réflexions sur le sol ou sur des objets environnants. C'est pour limiter ce phénomène que certaines antennes géodésiques disposent d'un disque en acier destiné à les protéger des réflexions en provenance du sol. L'opérateur doit aussi veiller à ne pas stationner trop près d'objets fortement réfléchissants ou bien il doit protéger l'antenne en conséquence.
- Les calculs doivent tenir compte de **l'effet Doppler**, variation de la fréquence d'une onde émise par un objet en mouvement, les satellites se déplaçant à une vitesse d'environ 14 000 km/h, **et des effets relativistes** car chaque satellite est en mouvement accéléré par rapport à un référentiel terrestre.
- L'imprécision de la connaissance des **orbites des satellites** se répercute sur la position de la station ; cet effet est toutefois peu important en positionnement absolu.

L'ensemble de ces perturbations implique que la distance mesurée est inexacte : elle est nommée **pseudo-distance**.

### 1.2.3 Mesure de pseudo-distances

Pour éliminer l'écart de synchronisation des horloges des récepteurs, la principale cause de perte de précision, on peut procéder par « multilatération spatiale ». Le schéma suivant (fig. 7.8.) donne de manière simplifiée, dans le plan et non dans l'espace, le principe du fonctionnement d'un récepteur GPS utilisé pour positionner un mobile qui le porte ; dans l'espace à trois dimensions il faut quatre satellites et non trois.

Au temps  $t_0$ , chaque satellite émet une impulsion qui se propage dans l'espace en ondes concentriques aux satellites. Le mobile, récepteur, reçoit ces impulsions à tour de rôle en des temps  $t_1, t_2, t_3...$  ce qui doit, en principe, permettre de mesurer la distance du récepteur à chaque satellite. Si le récepteur dispose d'une horloge qui « est à l'heure » par rapport à l'heure de chaque satellite, il connaîtra exactement les temps  $t_1, t_2, t_3...$  d'arrivée des impulsions et en déduira les distances aux satellites :  $D_1 = c \cdot (t_1 - t_0)$ ,  $D_2 = c \cdot (t_2 - t_0)$ ,  $D_3 = c \cdot (t_3 - t_0)$ , etc. avec une célérité  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Connaissant leur position au moment de l'émission, le récepteur trouvera que les cercles centrés sur les satellites se coupent en un seul et même point : sa position.

Mais l'horloge du récepteur étant moins précise que celles des satellites, elle peut avoir dérivé et, par exemple, comme sur la figure 7.8., être « en avance » d'un temps  $\Delta t$ . Quand le récepteur calculera les distances qui le séparent des satellites, il trouvera respectivement  $D'_1 = c.(t_1 + \Delta t)$ ,  $D'_2 = c.(t_2 + \Delta t)$ ,  $D'_3 = c.(t_3 + \Delta t)$ , etc., en posant  $t_0 = 0$  s.

Les cercles centrés sur les satellites, dont les rayons sont trop grands de  $c.\Delta t$ , ne se coupent plus en un même point (triangle hachuré de la figure 7.8.). On dit qu'on a calculé des **pseudo-distances** au lieu des distances vraies, par suite, entre autres, du défaut de synchronisation de l'horloge du récepteur. C'est alors au calculateur du récepteur de trouver quelle quantité il faut ajouter ou retrancher aux pseudo-distances pour aboutir à une intersection des cercles en un seul point. Vu toutes les autres sources d'erreur de mesure, l'intersection finale ne se réduit jamais à un seul point mais donne lieu à un calcul statistique pour trouver une valeur moyenne.

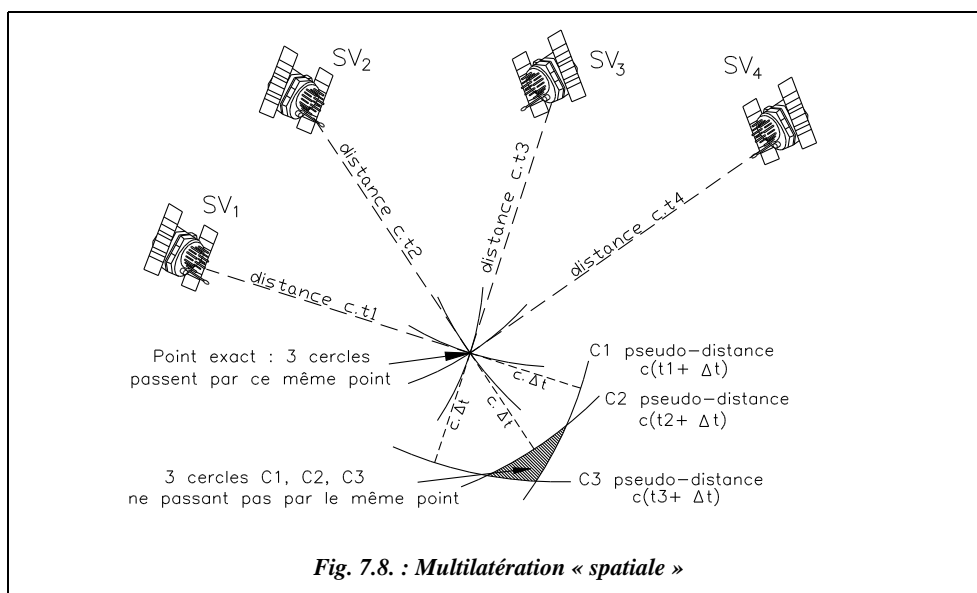


Fig. 7.8. : Multilatération « spatiale »

## 1.2.4 Principe des multiples différences

Il est également possible d'éliminer le problème des biais des horloges en utilisant une technique différentielle appelée **simple différence**, qui est analogue à la double pesée souvent utilisée pour gagner en précision sur les mesures de poids. Considérons un récepteur qui enregistre les signaux de deux satellites. L'heure de l'horloge est utilisée pour marquer l'arrivée des signaux des deux satellites. Or un décalage de cette horloge fausse de la même façon les deux mesures. L'erreur de l'horloge du récepteur est donc commune aux deux mesures et elle peut être complètement éliminée en tenant compte de la différence des deux phases transmises par les deux satellites différents pour les calculs. Pour éliminer l'erreur due au décalage d'horloge du satellite, on se sert de la même astuce, mais de façon complémentaire : on utilise les signaux d'un même satellite enre-

gistrés par deux récepteurs au même instant. Cette fois-ci, l'erreur d'horloge du satellite est commune aux deux récepteurs, et s'élimine dans la différence. Cette méthode introduit déjà le mode différentiel, travail avec deux récepteurs, développé au paragraphe 1.3. Pour éliminer à la fois les erreurs des horloges dans les récepteurs comme dans les satellites, il est donc indispensable de calculer une **double différence**, c'est-à-dire entre deux satellites et deux récepteurs (voir fig. 7.11.).

En poursuivant ce raisonnement, on aboutit aux **triples différences**, c'est-à-dire que les mesures de deux récepteurs sur deux satellites, prises à deux instants différents permettent d'éliminer les ambiguïtés entières et donc de détecter des sauts de cycles.

**En conclusion**, le mode naturel, ou **positionnement absolu**, présente l'avantage d'une mesure non ambiguë et indépendante effectuée rapidement par **un seul récepteur** portable au repos ou en mouvement (jusqu'à 400 m/s). Ces mesures sont utilisées pour effectuer une localisation de type navigation. La précision obtenue (incertitude variant de 15 à 100 m) ne permet pas son utilisation en topométrie. Seul un traitement différentiel avec deux récepteurs permet d'obtenir une précision satisfaisante.

### 1.3 Le mode différentiel ou positionnement relatif

Afin de contourner l'imprécision de la mesure du temps de trajet de l'onde, on utilise la **mesure de phase** (comme pour les IMEL dans lesquels on mesure le déphasage entre l'onde aller et l'onde retour ; voir le chapitre 4, paragraphe 6.1.2.). Cette dernière est plus précise puisqu'un récepteur classique est capable de mesurer un déphasage de l'ordre du  $3\ 000^\circ$  de cycle, ce qui équivaut à 0,1 mm en distance pour une longueur d'onde de 24 cm. En fait, le « bruit » de ce type de mesure est de l'ordre du quelques millimètres.

On parle de mesure de phase et non de mesure de déphasage car, en GPS, il n'y a pas de retour de l'onde émise, contrairement aux IMEL. Techniquement, c'est une différence de phase que les récepteurs mesurent en réalisant un « battement », interférence entre la fréquence des porteuses  $L_1$  et/ou  $L_2$  et celle générée par un oscillateur interne au récepteur. Ainsi, la mesure est réalisée sur une fréquence de l'ordre de quelques kilohertz ; la mesure directe sur les fréquences  $L_1$  ou  $L_2$  de l'ordre du gigahertz est techniquement impossible à réaliser.

#### 1.3.1 mesure de phase

Une analogie avec les ondes de propagation à la surface de l'eau permet de comprendre ce qu'est la phase d'une onde radioélectrique. Un observateur assis les pieds dans l'eau sur un embarcadère au bord de la mer peut mesurer la phase des vagues (fig. 7.9.). Le comptage débute au moment où l'amplitude est au maximum :

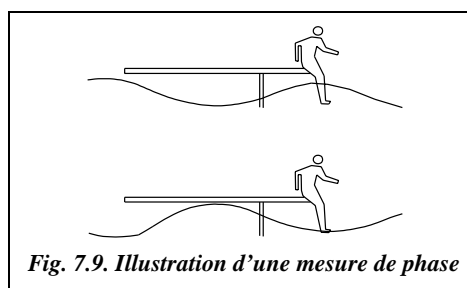


Fig. 7.9. Illustration d'une mesure de phase

on assigne arbitrairement une valeur 0 cette phase. Une demi-période plus tard, l'amplitude est minimale et la phase vaut  $0,5$ . Chaque fois que l'amplitude est maximale, on augmente le nombre de cycles d'une unité. Une amplitude maximale correspond à un nombre entier de phases.

Cette analogie présente deux points communs avec toute mesure de phase : **la précision et l'ambiguïté** ; la mesure de phase est intrinsèquement précise puisqu'il est relativement facile de se situer dans le cycle de l'onde. Dans le cas de la vague, il suffit de mesurer la hauteur de l'eau sur la jambe. Cependant, le nombre de vagues est indéterminé : la mesure est donc ambiguë.

Un récepteur GPS mesure la phase avec une très grande précision, équivalente à  $0,5$  millimètre en distance. En revanche, il est très difficile de connaître le nombre absolu de cycles passés auquel correspond la partie entière de la phase. Comme sur l'embarcadère (fig. 7.9.), il aurait fallu compter les vagues depuis le début.

Pour mesurer dans un récepteur GPS la partie entière de la phase, les cycles sont numérotés à partir d'un « zéro » arbitrairement défini à l'allumage de l'instrument. Si l'observation de l'onde est interrompue pour une raison quelconque, le compte est perdu et donc la partie entière de la phase, provoquant ainsi, en GPS, un **saut de cycle**.

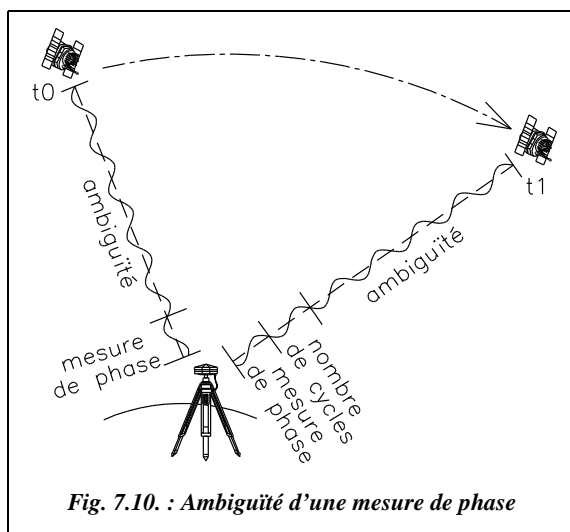


Fig. 7.10. : Ambiguïté d'une mesure de phase

La figure 7.10. représente le signal d'un même satellite à deux époques. Quand le récepteur commence les observations au temps  $t_0$ , il mesure la phase du dernier cycle mais ne connaît pas la valeur de l'ambiguïté (dans ce cas,  $n = 5$  cycles complets). Tout au long des observations, le récepteur assure le comptage des cycles. Au temps  $t_1$ , le récepteur mesure la phase du dernier cycle et connaît le nombre de cycles reçus depuis le temps  $t_0$  (dans ce cas un seul cycle). L'ambiguïté, qui n'a pas changé depuis le temps  $t_0$ , reste inconnue. Le processus de calcul qui consiste à

déterminer le nombre entier de cycles entre le satellite et le récepteur est appelé **résolution des ambiguïtés** ; ces dernières sont traitées comme des inconnues dans le calcul.

Avant la détermination de l'ambiguïté, on ne peut s'attendre, au mieux, qu'à une précision métrique de la distance (position de navigation) ; dès qu'elle est levée, une précision millimétrique est envisageable. Cette résolution est d'autant plus longue et plus difficile que les récepteurs sont éloignés (voir la méthode statique, § 1.4.1).

Les perturbations atmosphériques, les phénomènes de multitrajets et les obstructions momentanées du signal satellite ne permettent pas une résolution rapide des ambiguïtés. Ces phénomènes affectent la qualité des observations de phase et dégradent la précision. Aussi est-il courant de surdimensionner le temps d'observation pour les longues lignes de base où les conditions atmosphériques peuvent varier d'une extrémité à l'autre (par exemple, en cas de forte dénivelée, supérieure à 100 m, entre stations).

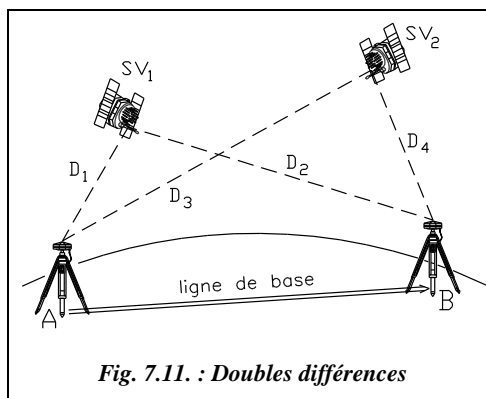
### 1.3.2 Principe de la mesure différentielle

Pour obtenir une mesure différentielle, le problème principal est de déterminer le nombre entier de phases écoulées entre l'émission du signal par le satellite et la réception par l'antenne au sol afin d'en déduire la distance satellite-récepteur. Le zéro arbitrairement fixé à l'allumage du récepteur ne fournit pas la partie entière de la phase ; c'est pourquoi il faut procéder par différences en utilisant deux récepteurs travaillant simultanément. Cette méthode permet de **résoudre l'ambiguïté** de la partie entière de la phase. On parle de **mode différentiel** parce qu'on travaille par différence sur deux récepteurs placés sur deux points distincts et observant au même instant les mêmes satellites.

Dans le mode différentiel, on mesure des différences de distances et non des distances absolues. Par exemple, sur la figure 7.11., les deux récepteurs placés en A et B permettent, par la corrélation de leurs mesures (en post-traitement), de calculer les différences de distances ( $D_1 - D_2$ ) et ( $D_3 - D_4$ ).

Ce principe est à rapprocher des multiples différences détaillées au paragraphe 1.2.4. pour le mode naturel.

Grâce à ce mode différentiel, la plupart des erreurs citées au paragraphe 1.2.2. sont éliminées (cryptage S/A, influence de l'ionosphère, erreurs d'horloges), il est ainsi possible d'atteindre des précisions centimétriques, voire millimétriques : on a déjà enregistré des mesures qui, après répétition, ne varient pas de plus d'un millimètre (récepteurs bifréquence de haute précision et mesure statique de longue durée).



Ce type de mesure ne nécessite pas d'intervisibilité des points A et B et il n'y a pas de limitation de portée, ce qui constitue un avantage certain par rapport aux mesures classiques. En revanche, le terrain doit être dégagé pour que les deux récepteurs puissent capter **les mêmes satellites**, au moins quatre et pendant une durée suffisante variant selon les méthodes de 1 à 60 minutes ; cette durée est fonction, entre autres, du type de récepteur, des conditions ionosphériques, troposphériques et de la position relative des satellites observés (voir GDOP, § 1.6.2).

Il faut noter une restriction d'utilisation des récepteurs monofréquence : si deux récepteurs monofréquence sont éloignés de plus de 10 km, la précision se dégrade très rapidement. Ceci est dû à l'influence de l'ionosphère (voir § 1.2.2). Lorsque les récepteurs sont éloignés, les trajets de l'onde d'un même satellite aux deux antennes sont disproportionnés augmentant ainsi les erreurs dues à la traversée de l'ionosphère. De même, en cas de fortes dénivelées, la qualité du modèle troposphérique devient primordiale et il faut déterminer précisément les paramètres météorologiques par des mesures sur site des températures sèches, des températures humides et de la pression atmosphérique.

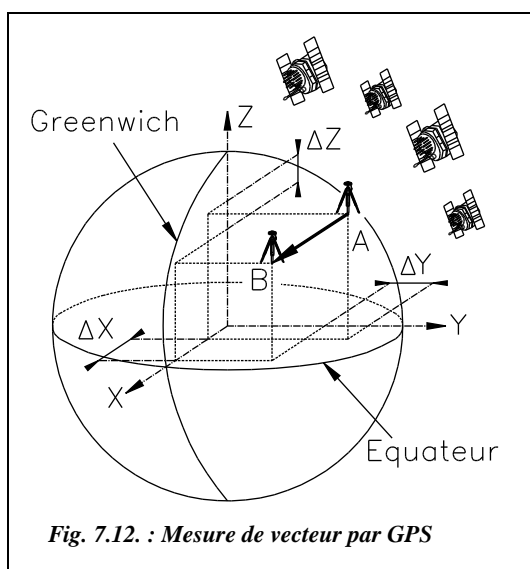


Fig. 7.12. : Mesure de vecteur par GPS

Contrairement au mode naturel, on ne pourra donc calculer qu'une **différence de position** entre deux points, c'est-à-dire les deux stations des deux antennes utilisées. Ceci permet, si l'on connaît la position de l'un des deux points stationnés, de déterminer avec précision la position de l'autre point : c'est donc bien un positionnement relatif. On mesure le vecteur AB (fig. 7.12).

Ce vecteur est donné en résultat brut par ses coordonnées ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) dans un système géocentrique appelé **WGS 84** (*World Geodetic System*). Il est basé sur l'ellipsoïde IAGRS80 et ses axes sont indiqués sur la figure 7.12.

Les paramètres de l'ellipsoïde IAGRS80 sont donnés au chapitre 2, paragraphe 2.2.

À partir du résultat brut GPS, les coordonnées du point B inconnu sont simplement calculées à partir des coordonnées du point A connu par :

$$X_B = X_A + \Delta X$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y$$

$$Z_B = Z_A + \Delta Z$$

Ensuite, il faut transformer ces coordonnées géocentriques en coordonnées planes locales, coordonnées Lambert en France. Les calculs de transformation de coordonnées pour passer au système national (Lambert) sont détaillés au chapitre 2, paragraphe 3.4.6.

Ces calculs sont généralement effectués par le logiciel de post-traitement qui fournit aussi les écarts moyens quadratiques permettant de se rendre compte de la validité d'une manipulation (voir aussi § 1.4).

### 1.3.3 Différents traitements du mode différentiel

Il existe deux possibilités de traitement des signaux GPS :

- le **post-traitement**, ou traitement différé, c'est-à-dire un calcul réalisé après la phase de mesure : les informations collectées par les deux antennes et stockées dans les mémoires de leur calculateur associé sont transférées sur un micro-ordinateur. Un logiciel de post-traitement, livré avec le matériel, effectue les calculs jusqu'à l'obtention des coordonnées Lambert en  $E$  et  $N$ . L'altitude  $H$ , si l'on désire une valeur précise, demande un traitement particulier (voir § 1.4).
- le **traitement différentiel en temps réel** permet d'obtenir une précision centimétrique en temps réel. Un récepteur « fixe », stationné sur le point de coordonnées connues, calcule à chaque instant sa position en fonction des signaux reçus par les satellites et compare le résultat aux coordonnées connues du point de station. Le récepteur fixe calcule alors une correction de position qu'il transfère au récepteur « mobile » en permanence par radio (voir l'exemple d'application en photogrammétrie au paragraphe 5.1.7., figure 7.35.). Le récepteur mobile peut alors recalculer précisément sa position en temps réel. Ce type de mesure nécessite des liaisons radio puissantes et de qualité entre les deux récepteurs ; notez qu'en France, il faut demander une autorisation d'émettre sur une fréquence propre lorsque la distance d'émission dépasse 5 km.

**En conclusion**, outre son coût supérieur, les inconvénients du mode différentiel sont les suivants :

- un temps de mesure plus long qu'en mode naturel ;
- dans le cas d'un calcul en post-traitement, faute de résultat en temps réel, les implantations sont impossibles. Du fait de l'absence de contrôle en temps réel, il n'est pas évident de déterminer le temps de mesure pour une précision donnée. Ce temps est fonction de nombreux paramètres. On a donc toujours tendance à augmenter le temps de mesure, donc à perdre du temps pour éviter les mauvaises surprises au moment des calculs ; notons que l'évolution matérielle mais surtout logicielle permet de penser que le calcul s'effectue, à terme, en temps réel, quel que soit le mode de travail choisi.

L'avantage principal du mode différentiel est la précision qui devient centimétrique (voire millimétrique), donc utilisable en topométrie. Un autre avantage décisif est la rapidité des mesures sur de longues bases, en terrain accidenté ou non.

### 1.3.4 Le traitement de code

Le calcul de positionnement peut aussi être effectué à partir des codes C/A et/ou P (§ 1.1.1) : on parle alors de traitement de code (le calcul à partir des phases étant appelé traitement de phase). Les résultats obtenus sont moins précis, de l'ordre du mètre en planimétrie et de quelques mètres en altimétrie. Pour satisfaire à des besoins de navigation en temps réel, le traitement de code peut être effectué en mode différentiel (DGPS ou GPS différentiel) et en temps réel : on utilise alors deux récepteurs, l'un fixe envoyant des informations par radio à l'autre, mobile. Le récent cryptage du code P dégrade la précision espérée à partir de ce type de mesure. Cette technique reste cependant applicable à de nombreux domaines comme la lutte contre le feu, l'entretien de réseaux de grande étendue, etc. Il représente en fait 80 % du marché du GPS civil.

### Remarque

Les mesures de phase ou de pseudo-distances sont techniquement réalisées par comparaison entre le signal satellite et un signal généré par le récepteur. Le bruit de ce type de mesure est estimé inférieur à 1 % de la longueur d'onde : quelques mètres sur le code C/A, quelques dizaines de centimètres sur le code P et quelques millimètres sur les phases (voir tableau § 1.1.3.2).

### 1.3.5 Perturbations de la mesure en mode différentiel

Les perturbations sont les mêmes que celles détaillées pour le positionnement absolu au paragraphe 1.2.2. ; mais la précision demandée étant plus grande, des contraintes supplémentaires apparaissent.

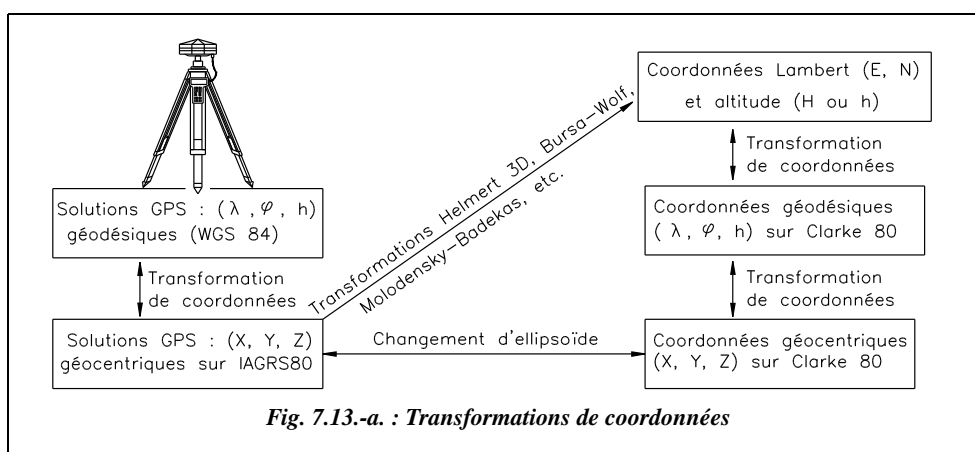
- Concernant la connaissance des **orbites précises** en positionnement relatif, l'erreur radiale sur la position d'un satellite influe sur la précision de la mesure : une erreur de 20 m sur la position du satellite provoque une erreur de 1 mm sur une base de 1 km ou 1 cm sur une base de 10 km. La position des satellites est connue par défaut par les éphémérides radiodiffusées. Le service IGS (*International Geodynamic Service*) créé en 1992 par l'AIG (Association Internationale de Géodésie) délivre, entre autres, des orbites précises recalculées à partir d'observations *a posteriori* et mises à la disposition des usagers quelques jours après. Ces paramètres sont accessibles sur le serveur Internet de l'IGN.
- Concernant la **perturbation ionosphérique** en positionnement relatif, pour des distances inférieures à 20 km en zone tempérée (10 km en zone équatoriale), son effet est éliminé par les doubles différences puisque le signal du satellite parcourt pratiquement le même trajet jusqu'aux deux stations. Pour des distances supérieures, on utilise des récepteurs bifréquences : les calculs éliminent cet effet par la combinaison des mesures sur les deux fréquences.
- Le **retard troposphérique** affecte essentiellement la composante verticale des coordonnées de la station, source d'erreur en altimétrie (voir aussi le paragraphe 1.4.2.). Les modèles mathématiques utilisés pour corriger cet effet sont imparfaits et il reste un facteur limitatif de précision du GPS. Toutefois, si les conditions météorologiques sont voisines sur les deux stations et si la dénivelée entre les antennes est faible, cet effet est pratiquement éliminé par les doubles différences.
- Les problèmes de **multitrajets** sont bien moins importants pour le positionnement relatif que pour le positionnement absolu, il n'existe pas de corrections possibles. L'opérateur doit prendre les précautions nécessaires pour limiter le risque de multitrajets, en particulier lors d'observations courtes comme en statique rapide, en cinématique ou en temps réel (§ 1.5). L'utilisation de plateaux de protection des antennes est l'un de ces moyens.
- Concernant l'**excentrement d'antenne**, la mesure sur le signal radioélectrique s'effectue au centre de la phase de l'antenne réceptrice qui n'est pas forcément confondu avec son centre physique, à la verticale du point stationné. Cet excentrement dépend de l'élévation et de l'azimut du satellite et de l'intensité du signal ; il est



différent pour  $L_1$  et  $L_2$ . Pour une antenne de qualité, la partie variable de l'excentrement varie de 1 à 2 cm ; il faut donc en tenir compte dans les mesures. Si l'on observe avec deux antennes identiques, ceci peut se faire en les orientant dans la même direction ; ainsi l'excentrement s'élimine par différence et le vecteur final est plus précis. Ainsi, repérez un point précis de l'antenne, par exemple une borne de branchement de câble ou d'alimentation, et orientez le systématiquement au nord. Sur certains plateaux de protection d'antennes géodésiques, une flèche est tracée à cet effet.

## 1.4 Passage du système international au système national

Nous avons vu au paragraphe 1.3.2. que le résultat brut d'une mesure GPS est un vecteur ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ) donnant les différences de coordonnées géocentriques entre deux points et permettant de calculer les coordonnées géocentriques d'un point nouveau B à partir d'un point ancien A. L'obtention de coordonnées Lambert demande ensuite des transformations de coordonnées réalisées selon le schéma suivant :



### Remarque

- Les calculs de transformation de coordonnées peuvent être effectués au moyen d'un tableur (voir chapitre 2, paragraphes 3.4.5. et 3.4.6.).
- Le changement d'ellipsoïde requiert la connaissance des paramètres de passage de l'ellipsoïde du système WGS84 à l'ellipsoïde Clarke 80 (voir chap. 2, § 2.2.2). Ces paramètres ne sont actuellement pas connus avec précision mais les travaux GPS en cours de l'IGN permettront d'en avoir une valeur plus précise par région.
- Les transformations de type Helmert 2D, Helmert 3D, Bursa-Wolf ou Molodensky-Badekas nécessitent la détermination de paramètres de transformation calculés à partir de plusieurs points d'appuis connus **dans le système WGS84 et dans le système Lambert** (voir tome 2, chapitre 1, paragraphe 10.3., la transformation de Helmert dans le plan et en 3D). Le fait de disposer de plusieurs points permet

d'affiner la transformation et surtout d'obtenir des valeurs de rayon moyen quadratique qui donnent une idée de la précision de la transformation. Dans le cadre des travaux sur le nouveau réseau géodésique Français (RGF), l'IGN fournira pour chaque point géodésique les sept paramètres de transformation les mieux adaptés au réseau local. (voir chap. 2, § 5.3).

### 1.4.1 En planimétrie

Si la mission comporte suffisamment de points anciens, il est aisément possible de transformer les coordonnées géocentriques ( $X, Y, Z$ ) d'un ensemble de points en coordonnées Lambert par une transformation des coordonnées et un changement d'ellipsoïde, puis d'effectuer un **ajustement de réseau** pour adapter le réseau déterminé en WGS84 au réseau géodésique existant. L'option *ajustement de réseau* du logiciel GPS SKI de Leica effectue ces calculs en permettant de choisir le taux de distorsion du réseau géodésique de base.

Il est intéressant de noter que, pour des applications de nécessitant pas d'altimétrie précise, la connaissance de l'altitude des points à 10 m près n'influe en planimétrie que sur environ 1 ppm (1 mm/km). On peut donc pratiquement dissocier les résultats  $E$ ,  $N$  et  $H$ .

### 1.4.2 En altimétrie

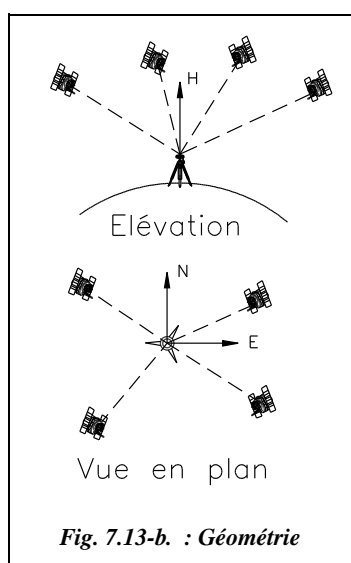


Fig. 7.13-b. : Géométrie

Trois problèmes diminuent la précision du GPS :

- La **géométrie du système** n'est pas toujours optimale ; un récepteur GPS peut être idéalement positionné en planimétrie par rapport aux satellites desquels il reçoit des informations (vue en plan de la figure 7.13-b.) ; une telle configuration augmente la précision sur les composantes  $E$  et  $N$  du calcul en raison de la disposition symétrique des satellites. En revanche, du fait que le récepteur ne capte que les satellites qui se situent au-dessus de l'horizon, il n'y a plus la symétrie nécessaire lorsque l'on se place sur la composante verticale. Cette dernière sera donc moins précise. Toutefois, la composante verticale de mesure en GPS influe, à notre latitude, sur les trois coordonnées  $X, Y$  et  $Z$  géocentriques.
- Le **retard troposphérique** (§ 1.3.5) induit une perte de précision, surtout sur la composante verticale.
- La **connaissance approximative du géoïde**, surface de référence des altitudes (chap. 2, § 5.1), affecte la détermination altimétrique des points mesurés par GPS. Le géoïde présente des ondulations par rapport à l'ellipsoïde du système WGS 84. Sur la figure

7.13-c., ces ondulations sont exagérées. La prise en compte de ces ondulations peut s'effectuer comme indiqué ci-après.

Plaçons nous dans le cas où l'on connaît l'altitude  $H_A$  d'un point A donné en système IGN 69 et où l'on cherche l'altitude  $H_B$  d'un point B. La mesure par GPS donne  $\Delta h = h_A - h_B$ . Pour obtenir  $H_B$ , il faut donc connaître la différence de cote du géoïde à l'ellipsoïde entre A et B. La connaissance approximative de ces ondulations détériore la précision de la connaissance de l'altitude.

Pour remédier à ce problème les deux solutions suivantes sont envisageables.

a. On peut utiliser un **modèle local de définition du géoïde** : la base de données de valeurs de  $\Delta$ , séparation du géoïde et de l'ellipsoïde est généralement fournie avec le logiciel de post-traitement mais est actuellement peu précise.

b. On peut **mesurer la pente locale du géoïde** : il faut, pour cela, créer et mesurer une base GPS. On mesure les altitudes de deux points A et B par nivellement classique. La mesure GPS sur ces mêmes points donne  $\Delta h = h_A - h_B$ . On en déduit la pente locale du géoïde entre A et B en considérant que, pour deux points proches, le géoïde évolue linéairement. On peut ensuite calculer par interpolation l'altitude de tout autre point situé sur cette ligne.

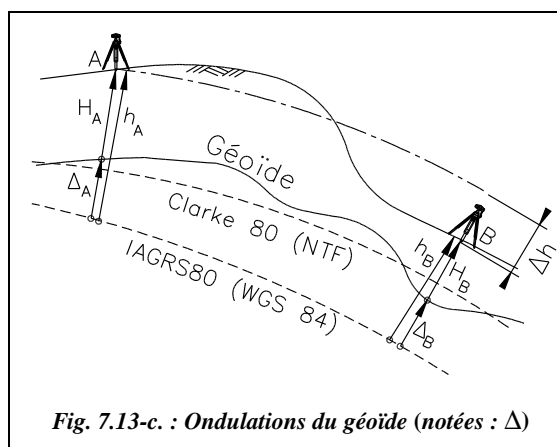


Fig. 7.13-c. : Ondulations du géoïde (notées :  $\Delta$ )



Pour améliorer la précision de cette détermination, il faut utiliser trois points de base définissant un plan ; l'interpolation revient alors au calcul de la distance d'un point quelconque à ce plan symbolisant le géoïde local. Le tableau GEOIDE.XLS du cédérom permet d'automatiser ce calcul : il calcule, au moyen du « solveur » d'Excel, un plan moyen passant au plus près de quelques points (au moins quatre) et fournit la distance d'un point nouveau à ce plan moyen, géoïde local, c'est-à-dire son altitude  $H$ .

La précision en altimétrie est finalement moins bonne qu'en planimétrie (jusqu'à trois fois inférieure). Notons que lors de la nouvelle mesure de l'Eve-rest, en 1984, qui faisait appel à des technologies modernes, GPS et stations totales, la principale incertitude concernait la référence des altitudes et non la mesure intrinsèque.

### Remarque

Une étude de définition locale précise du géoïde a été réalisée à l'université de Montpellier, en 1994, menant à une connaissance centimétrique des ondulations.

Les travaux actuels de l'IGN permettront de disposer d'un modèle de géoïde de précision annoncée centimétrique sur l'ensemble du territoire Français.

### Exemple de calcul par interpolation sur seulement deux points

Soient deux points A (982 151,23 m ; 154 621,32 m ; 144,28 m) et B (983 150,44 m ; 155 374,67 m ; 132,12 m) connus en Lambert III et en altitude IGN 69. Ils constituent une base GPS mesurée plusieurs fois. Les mesures GPS donnent  $h_A = 194,10$  m et  $h_B = 181,83$  m au-dessus de l'ellipsoïde IAGRS80 du système WGS84.

La pente du géoïde, considéré linéaire entre A et B distants de 1 251,38 m, est donc la suivante :

$$p = \frac{(181,83 - 132,12) - (194,10 - 144,28)}{1\,251,38} = \frac{49,71 - 49,82}{1\,251,38} = -0,0088 \text{ \% de A}$$

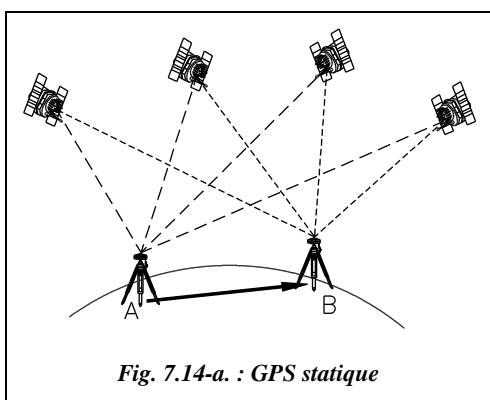
vers B.

Le géoïde est donc à  $\Delta = 49,71$  m au-dessus de IAGRS80 en B et à  $\Delta = 49,82$  m en A.

Des mesures GPS donnent les résultats suivants : P (982 184,55 m ; 155 194,66 m) et  $h_P = 188,42$  m. La projection de P sur la droite AB en planimétrie est située à 371,76 m de A (valeur déterminée par calcul d'intersection). L'altitude IGN 69 de P est finalement :  $H_P = 188,42 - (49,82 - 0,000088 \cdot 371,76) = \mathbf{138,63 \text{ m}}$ .

Étant donnée la précision de ce type de modélisation, on peut se contenter d'une valeur moyenne de l'écart entre géoïde et ellipsoïde IAGRS80. Dans cet exemple, elle est de 49,77 m ce qui donne  $H_P = \mathbf{138,66 \text{ m}}$ .

## 1.5 Différentes techniques de mesure en mode différentiel



Pour toute mesure GPS, la résolution des ambiguïtés est plus rapide et plus fiable si la position du récepteur est pré-déterminée à une dizaine de mètres près et entrée dans le contrôleur de l'antenne (en WGS84). Si cette position est inconnue, le contrôleur GPS utilise comme position de départ la **solution de navigation** qu'il détermine en temps réel sur le terrain à quelques dizaines de mètres près ; la précision de cette solution de navigation peut être améliorée en commençant le

calcul par une détermination en **point isolé** à partir des mesures GPS collectées sur ce point.



Pour obtenir les coordonnées en système WGS84 d'un point de référence connu en système Lambert, vous pouvez utiliser le tableau COORDON.XLS livré sur le cédérom de l'ouvrage.

### 1.5.1 Le mode statique

Les combinaisons des doubles différences avec quatre, cinq, six satellites permettent la détermination précise du vecteur AB au sol. Malheureusement, le calcul de ces combinaisons requiert un minimum de temps d'observation pendant lequel la réception des signaux satellites doit être parfaite, sans coupure, et les récepteurs doivent demeurer immobiles : c'est le mode de **mesure GPS statique**. La durée d'observation est d'environ 30 minutes pour un récepteur bifréquences sur une base de 20 km. La précision espérée est au mieux de l'ordre de  $\pm (5 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$ .

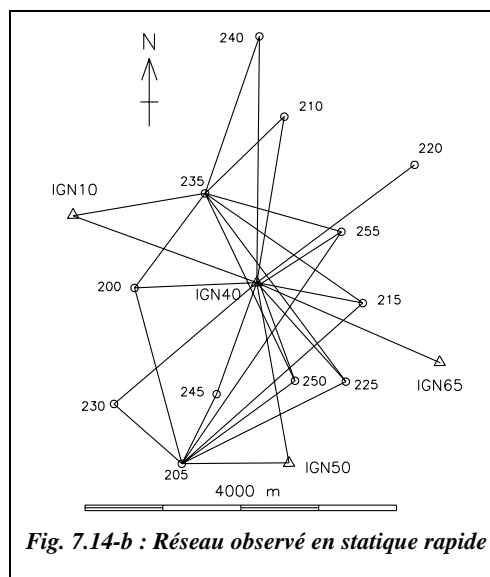
**Cette méthode est utilisée pour de longues lignes de base supérieures à 10 km. Elle est donc réservée aux réseaux géodésiques** pour lesquels elle présente l'avantage d'une précision homogène sur de grandes étendues. Avec des récepteurs monofréquence, le temps de mesure est plus long ; on se limite à des lignes de base inférieures à 10 km, pour lesquelles la différence de trajet d'un satellite à chacun des deux récepteurs reste négligeable en comparaison de la distance entre satellite et récepteurs. Cette distance maximale peut être portée à 20 km si l'on dispose d'éphémérides précises, accessibles sur le serveur Internet de l'IGN (voir § 1.3.5).

### 1.5.2 Le mode statique rapide

Le mode statique rapide est basé sur le même principe que le mode statique mais en **limitant la portée**, en mesurant avec des configurations favorables des satellites, **GDOP et PDOP optimaux**, et en utilisant plutôt des récepteurs **bifréquences**, permettant ainsi de réduire la durée de station. Il permet de déterminer en 5 à 10 mn d'observation tout point dans un rayon d'une vingtaine de kilomètres autour de la station de référence (10 à 20 mn avec un GPS monofréquence pour des lignes de base allant jusqu'à 10 km).

La précision est au mieux de :

$\pm (5 \text{ à } 10 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$ .



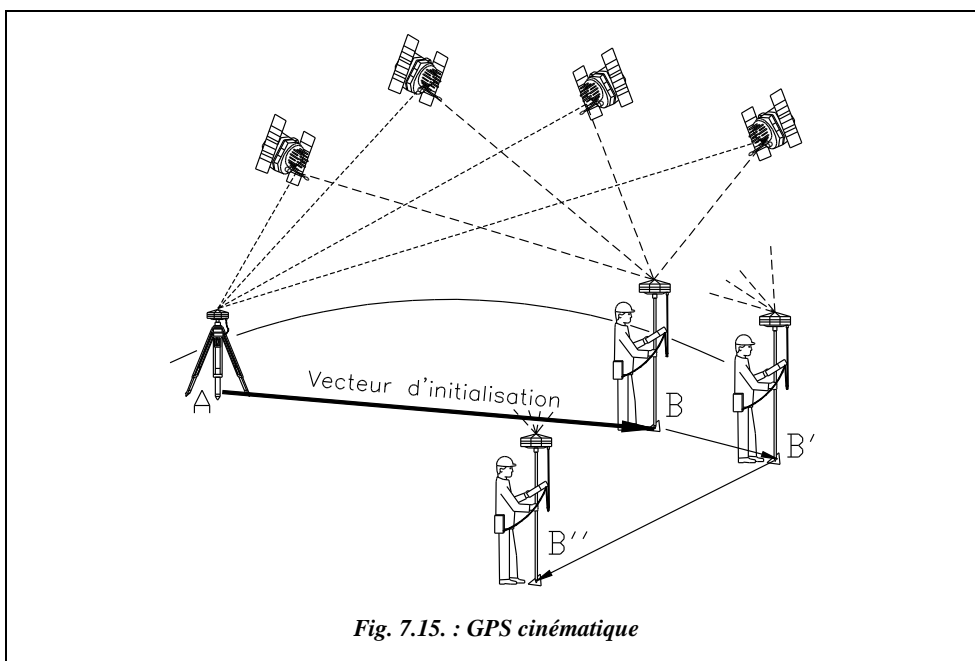
*Fig. 7.14-b : Réseau observé en statique rapide*

Un premier récepteur est en permanence sur une station de référence ; un second est itinérant et se déplace d'un point à l'autre dans un rayon de 10 à 20 km autour de la station de référence.

Cette méthode est utilisée, par exemple, pour observer le canevas d'un chantier de remembrement comprenant 12 points nouveaux et quatre points d'appui (fig. 7.14-b.). Ce réseau comprenant donc 16 points fut observé en trois demi-journées en 1992 ; il pourrait être observé actuellement en une seule journée avec deux récepteurs GPS bifréquences. Le GPS s'applique particulièrement bien à ce type de travaux et remplace les anciennes techniques de triangulation en canevas d'ensemble et même de polygonaion.

### 1.5.3 Le mode cinématique

Un récepteur fixe étant en A, point connu ou inconnu, un récepteur mobile, généralement une antenne montée sur une canne télescopique, est positionné en B proche de A. Après une première phase **d'initialisation statique** sur un point connu ou inconnu, le récepteur mobile possède suffisamment de données pour résoudre les ambiguïtés et donc calculer sa position en relatif par rapport au récepteur fixe ; pour le calcul final des coordonnées WGS84, il suffit qu'à un moment donné de la chaîne cinématique le récepteur mobile passe sur un point connu, ou qu'un des points A ou B soit connu.



Si l'on déplace le récepteur mobile **sans couper le contact avec les satellites**, les ambiguïtés restent déterminées et les points suivants de la chaîne cinématique (B', B'',

etc.) seront déterminés quasiment instantanément, le temps de faire au moins une acquisition, soit une époque.

Si l'on passe à moins de quatre satellites, il faut reprendre l'initialisation statique et commencer une nouvelle chaîne ; l'opérateur est informé de cette interruption par son terminal de contrôle de l'antenne (message du type : *loss of lock* ou perte de connexion).

Cette technique est efficace pour effectuer des levés ou de la densification intense sur des superficies de faibles étendues et bien dégagées. On obtient une précision qui est de l'ordre de  $\pm (1 \text{ cm} + 2 \text{ ppm})$ .

### 1.5.3.1 Différentes méthodes de mesure

En statique rapide, il existe deux méthodes de mesure :

**1 - le stop and go (marche-arrêt)** qui est une méthode très proche de celle du lever de détails avec une station totale. L'opérateur enregistre les informations en s'arrêtant sur des points fixes et se contente de maintenir le contact avec les satellites pendant les déplacements ;

**2 - la trajectographie** où le récepteur mobile enregistre les informations en permanence, toutes les secondes par exemple, ce qui permet de tracer la trajectoire du mobile. Si l'on monte l'antenne mobile sur un véhicule, on obtient la position de ce dernier à chaque acquisition de mesure des calculateurs des antennes. On peut ainsi dessiner la trajectoire du véhicule et déterminer sa vitesse moyenne entre deux mesures.

### 1.5.3.2 Différentes méthodes d'initialisation

Il existe deux méthodes d'initialisation :

**1 - l'initialisation statique rapide** où le récepteur mobile stationne un premier point proche du récepteur fixe pendant quelques minutes ; si ce premier point est connu, l'initialisation ne dure que quelques secondes ;

**2 - l'initialisation en vol (on the fly ou OTF)** qui permet d'effectuer du lever en cinématique en évitant la phase d'initialisation statique. On dit que la résolution des ambiguïtés est faite en vol (**AROF** : *ambiguities resolution on the fly*). L'intérêt de cette technique est le positionnement précis, centimétrique, **d'objets mobiles** tels que les bateaux lors des opérations de bathymétrie

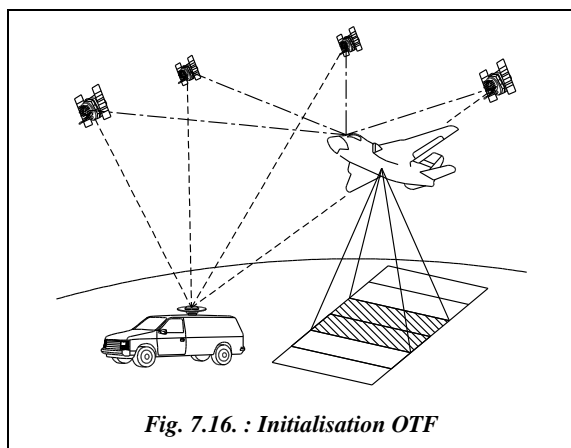


Fig. 7.16. : Initialisation OTF

(cartographie des fonds marins), les avions lors d'une campagne de photogrammétrie aérienne (voir aussi § 5.1.7).

Les logiciels de calcul OTF sont des logiciels puissants, à utiliser avec des récepteurs bifréquences. Par exemple, c'est le cas des récepteurs SR299 et SR399 de Leica qui, avec le logiciel RT-SKI OTF (RT signifie *real time* ou temps réel), permettent un positionnement à  $\pm (1 \text{ cm} + 2 \text{ ppm})$  près.

#### Remarque

Cette technique est exigeante du point de vue de la configuration des satellites, puisqu'il faut au moins cinq satellites visibles et un bon GDOP inférieur à huit (voir § 1.6.2).

### 1.5.3.3 *Le cinématique en temps réel (real time kinematic ou RTK)*

Le principal inconvénient des méthodes précédentes est de ne pas fournir d'informations directement sur le terrain mais seulement en post-traitement. L'opérateur ne se rend donc compte qu'*a posteriori* de la qualité des mesures, ce qui peut ménager de mauvaises surprises et obliger à recommencer le travail. De plus, les opérations d'implantation sont impossibles sans informations immédiates.

Le cinématique en temps réel permet de connaître immédiatement les coordonnées du récepteur mobile, ce qui permet de faire de l'implantation en GPS, de vérifier à tout instant la qualité des mesures effectuées et de se rendre compte d'une rupture de faisceau. Cette technique a permis aux techniciens Leica de se rendre compte que deux minutes de mesures peuvent parfois être suffisantes à la résolution des ambiguïtés en statique rapide (bifréquence, lignes de base inférieures à 10 km).

Pratiquement, le récepteur fixe stationné sur un point connu émet en permanence par liaison radio des informations au récepteur mobile qui, en les recoupant avec ses propres acquisitions, recalcule sa position à chaque instant.

On trouve aussi pour cette méthode l'appellation **RTDGPS** (*real time differential GPS*) ou GPS différentiel en temps réel ; ainsi l'avantage principal du mode naturel est repris en traitant les données en temps réel mais avec deux récepteurs.

Pour implanter ou lever des points en temps réel dans un système national (Lambert en France) alors que les renseignements fournis par le GPS se réfèrent au système mondial WGS84, une possibilité est de procéder à un **étalonnage GPS** : c'est un procédé qui permet de calculer les paramètres de transformation nécessaires pour passer d'un système à l'autre (transformation du type Helmert 3D : voir tome 2, chap. 1, § 10.3). Il faut déterminer les coordonnées GPS d'au moins deux points connus dans le système de projection « local ». Ensuite, les paramètres de la transformation étant déterminés et entrés dans le contrôleur GPS, le programme d'affichage du contrôleur traduit directement les informations GPS en système local.



### 1.5.4 Récapitulatif des méthodes d'observation

Le tableau ci-après ne reprend que les méthodes de traitement différentiel avec traitement de phase.

#### Remarque

Les évolutions de ces dernières années se font surtout au niveau logiciel. Le matériel, rapidement arrivé à maturité, évolue peu sinon pour diminuer son prix, réduire ses dimensions et augmenter sa fiabilité. Les logiciels, en revanche, deviennent de plus en plus performants et laissent présager de nouveaux gains en rapidité et en précision. Ils n'ont pas encore exploité toutes les possibilités du traitement différentiel.

Mode	Statique	Statique rapide	Cinématique	En vol
Cas d'emploi	Pour les grandes lignes de base (> 10 km avec récepteur bifréquences).	Bases courtes : < 20 km (bifréquence) < 10 km (monofréquence).	Grand nombre de points à observer dans une zone réduite et dégagée.	Positionnement précis d'objet en mouvements (avions, bateaux, etc.).
Précision : monofréquence bifréquence	5 mm + 1 ppm	5 à 10 mm + 1 ppm 5 à 10 mm + 1 ppm	1 à 2 cm + 1 ppm 1 à 2 cm + 1 ppm	1 à 2 cm + 2 ppm
Temps d'observation	30 mn à 1 heure	2 à 20 mn selon les cas.	Quelques minutes d'initialisation puis quelques secondes sur chaque point.	Temps réel en mouvement.
Applications	Réseaux géodésiques sur de grandes étendues.	Canevas polygonaux. Canevas d'ensemble : remplace la triangulation et la polygonation.	Levers de détails en zone dégagée.	Photogrammétrie, bathymétrie.
Avantages	Précis, plus efficace et plus économique que les méthodes traditionnelles.	Rapide, efficace. Nul besoin de garder le contact avec le satellite.	La plus rapide des méthodes de lever de détails par GPS.	Pas d'initialisation statique.
Inconvénients	Temps d'observation plus long que par les autres méthodes. Réservé aux récepteurs bifréquence.	Limitation en portée.	Une interruption de la réception nécessite une nouvelle initialisation.	Méthode GPS la plus onéreuse.

On peut ajouter à ces techniques la réoccupation, qui consiste à stationner un même point à des périodes différentes. Si, lors de la première observation, quatre satellites sont disponibles et trois seulement lors de la seconde, le logiciel de post-traitement calcule quasiment comme si l'on avait observé sept satellites, et donne une solution précise pour le point. Un autre avantage est la détermination multiple d'un même point qui donnera un contrôle des mesures : par exemple, le logiciel SKI de Leica calcule toutes les coor-

données d'un même point issues d'une même session d'observations et propose ensuite une moyenne si les écarts maximaux entre les différentes solutions ne dépassent pas une valeur déterminée au départ appelée « limite de calcul des moyennes » ou *averaging limit*.



Une présentation du logiciel SKI (SKI : Static Kinematic) se trouve sur le cédérom du présent ouvrage sous forme de fichier d'aide : elle vous permet de suivre toutes les étapes de la préparation des observations aux résultats en passant par les mesures sur le terrain.

## 1.5.5 Caractéristiques du matériel (gamme Leica)

Les données suivantes datent de février 1998.

Système :	MX200	MX300	MX9212	MX900 4	SR260	SR261	SR299	SR399
<b>Signal reçu</b>								
- nbre de canaux	6	6	12	12	6	6	2 fois 9	2 fois 9
- code C/A	X	X	X	X	X	X	X	X
- phase L1			X	X		X	X	X
- phase L2							X	X
- code P sur L2							X	X
- code P sur L1				X				X
<b>Précision</b>								
- mode naturel *	15 m	15 m	15 m	15 m	15 m	15 m	15 m	15 m
- différentiel temps réel (code)	1,5 m	1,5 m	0,7 m	0,5 m	1 m	1 m	1 m	0,5 m
- différentiel post-traité (phase)	0,7 m	0,7 m	0,7 m	0,3 m	1 m	5 à 10 mm + 2 ppm	5 mm +1 ppm	5 mm +1 ppm
- cinématique temps réel				10 mm +2 ppm			10 mm +2 ppm	10 mm +2 ppm
<b>Techniques accessibles</b>								
- navigation	X	X	X	X	X	X	X	X
- navigation différentielle		X	X	X	X	X	X	X
- statique				X	X	X	X	X
- statique rapide				X		X	X	X
- cinématique				X		X	X	X
- cinématique <i>on the fly</i>							X	X
- cinématique temps réel				X			X	X
- ciném. temps réel <i>on the fly</i>								X

\* En l'absence de S/A.

## 1.6 Planification d'une campagne de mesures GPS

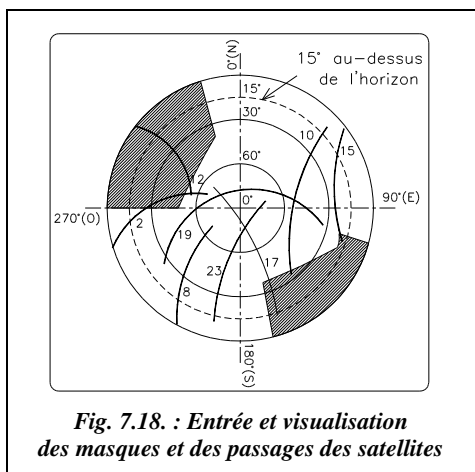
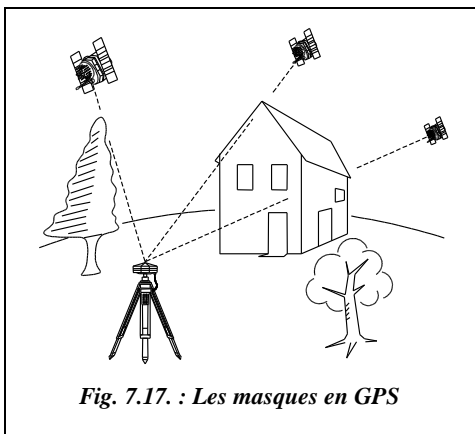
La mesure GPS elle-même est ennuyeuse : l'opérateur n'a rien à faire durant l'acquisition. La phase de calcul l'est un peu moins car, si les logiciels se chargent de tout ou presque, il reste quelques paramètres à régler et quelques choix à effectuer durant la procédure.

La phase la plus intéressante est en fait la préparation de la campagne de mesures au cours de laquelle l'utilisateur doit faire de nombreux choix dépendant de la topographie du lieu de mesure, du matériel disponible, de la précision cherchée, de la facilité de déplacement d'un point à l'autre, etc. La phase finale de transformation des coordonnées WGS84 en Lambert se rapproche des activités de calcul classiques du topographe : manipulation de systèmes de projection et de coordonnées, adaptation de réseaux, etc.

### 1.6.1 Les masques

Lors de la phase d'acquisition, il faut que l'antenne capte au moins quatre satellites. Le système GPS prévoit une visibilité en tout point du globe de quatre satellites (généralement, l'opérateur en voit de six à dix) mais en l'absence d'obstacles appelés **masques** (fig. 7.17.). La présence inévitable de masques peut faire qu'à un moment donné l'antenne capte moins de quatre satellites ; la mesure est alors interrompue. Ajoutez aux masques physiques la présence de masques électroniques en ville ou à proximité de lignes à haute tension. En règle générale, sous nos latitudes, les orbites des satellites ne passant pas au nord (fig. 7.18.), l'opérateur positionne la station de sorte que l'obstacle principal soit plein nord par rapport à l'antenne.

Un logiciel de planification livré avec les récepteurs permet de prendre en compte la présence de masques : connaissant les éphémérides des satellites, il détermine l'heure de lever et l'heure de coucher de chacun. Ceci permet d'établir un graphique (fig. 7.18. : vue du ciel au-dessus du point de station ; le cercle extérieur

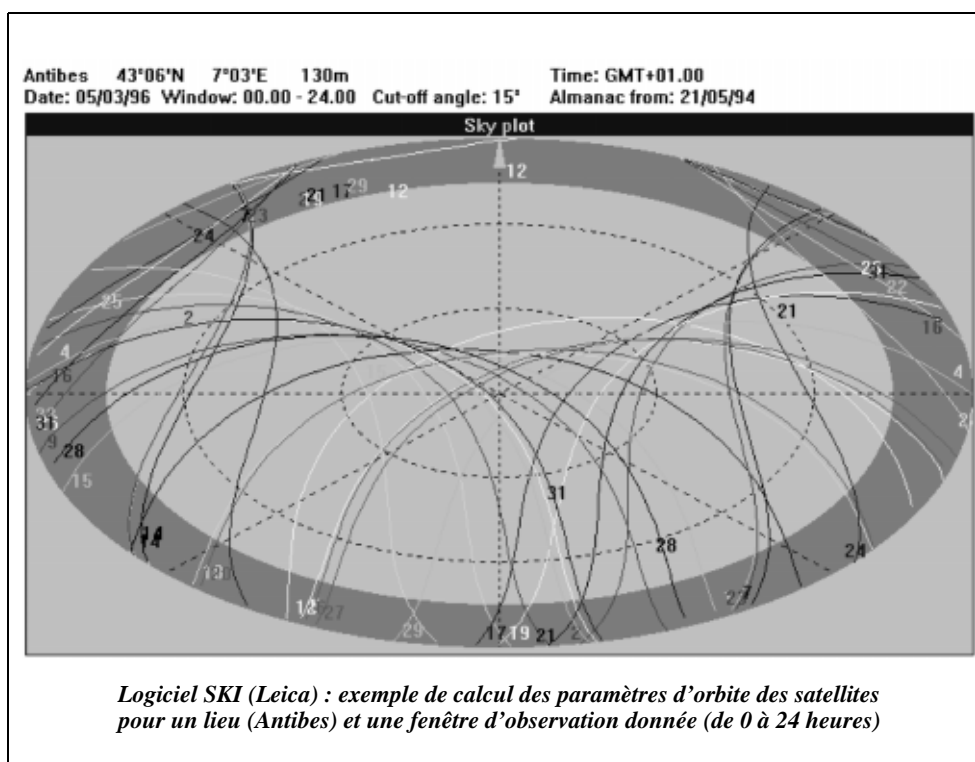


représente l'horizon) sur lequel figurent les satellites visibles en un lieu et sur une période d'observation donnés. L'opérateur peut y ajouter les masques éventuels, chacun étant entré par son élévation au-dessus du sol, son azimuth de départ et son azimuth de fin. L'opérateur vérifie sur le graphique la position des masques et les satellites concernés.

#### 1.6.1.1 *Saisie de la position des masques*

La position des masques est relevée sur le terrain avec une **boussole** pour les azimuths de départ et de fin et un **clisimètre** pour mesurer l'élévation angulaire au-dessus du sol. Sur l'écran de la figure 7.18., le masque principal a une élévation moyenne de  $50^\circ$ , un azimuth de départ de  $270^\circ$  et un azimuth de fin de  $365^\circ$ . Il masque le satellite 12 pendant la période d'observation.

La limite de  $15^\circ$  au-dessus de l'horizon correspond à l'élévation minimale en dessous de laquelle les satellites ne sont pas pris en compte puisque la transmission est trop rasante : c'est une limitation du modèle troposphérique. On peut tout de même porter cette limite à  $10^\circ$  pour élargir le champ d'action. Notons que ce graphique (fig. 7.18.) ne permet pas de planifier les temps de mesure ; il sert à contrôler l'entrée correcte des masques de terrain.



### 1.6.1.2 Récupération des éphémérides de la constellation de satellites

Au début de chaque phase de mesure, le récepteur se calibre sur un satellite : il se synchronise et capte les éphémérides émis par le satellite. Lors du transfert des enregistrements de terrain vers le logiciel de post-traitement, les éphémérides sont aussi transférés : il s'ensuit que le micro-ordinateur dispose toujours de ceux datant du **dernier jour d'observation**. Il est donc conseillé, en cas de longues périodes sans observations, d'effectuer des mesures pendant au moins 30 minutes et de les transférer à l'ordinateur pour mettre à jour ses éphémérides.

### 1.6.2 Influence de la position des satellites

La position relative des satellites entre eux joue également un rôle important : si les satellites captés par une antenne sont très proches les uns des autres, les calculs d'intersection spatiale sont moins précis. Par exemple, sur la figure 7.19., les cercles de distances se coupant avec un angle faible génèrent une zone d'incertitude plus importante, donc moins précise.

Les usagers du GPS utilisent un coefficient qui indique comment les positions relatives des satellites réduisent la précision ; il s'agit du **DOP** (*Dilution of Precision*). Sa valeur peut indiquer une réduction de la précision horizontale (**HDOP**), verticale (**VDOP**), de position (**PDOP**) ou encore géométrique (**GDOP**). Les coefficients généralement utilisés sont le PDOP et le GDOP ; ils doivent être inférieurs à trois pour que l'on puisse affirmer être dans des conditions optimales d'observation ; le GDOP est inversement proportionnel au volume du tétraèdre formé par le récepteur et les quatre satellites. En pratique, l'opérateur peut travailler avec un PDOP et un GDOP allant jusqu'à huit.

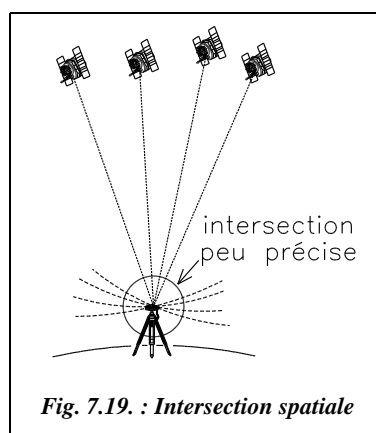
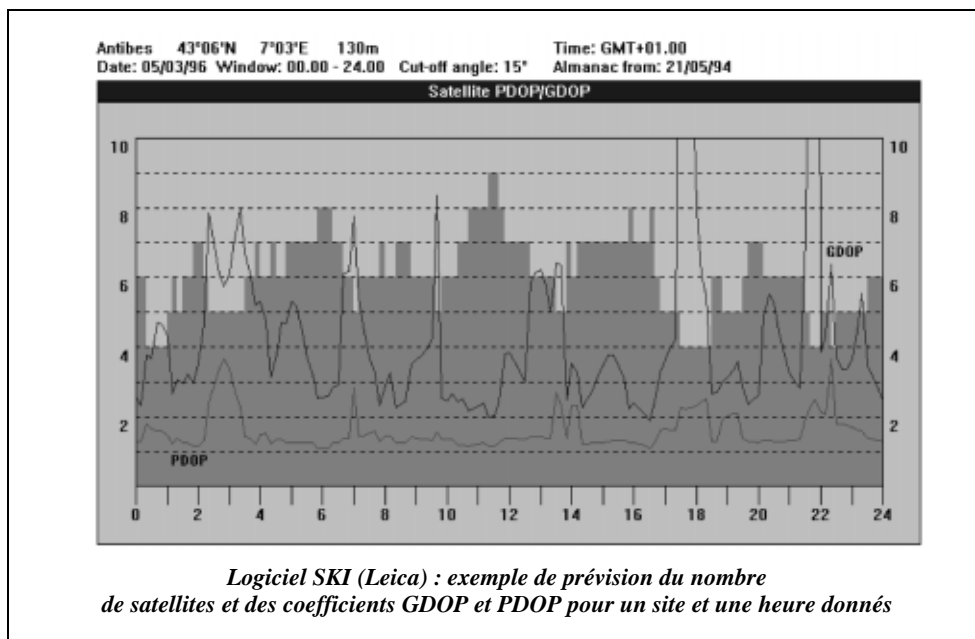
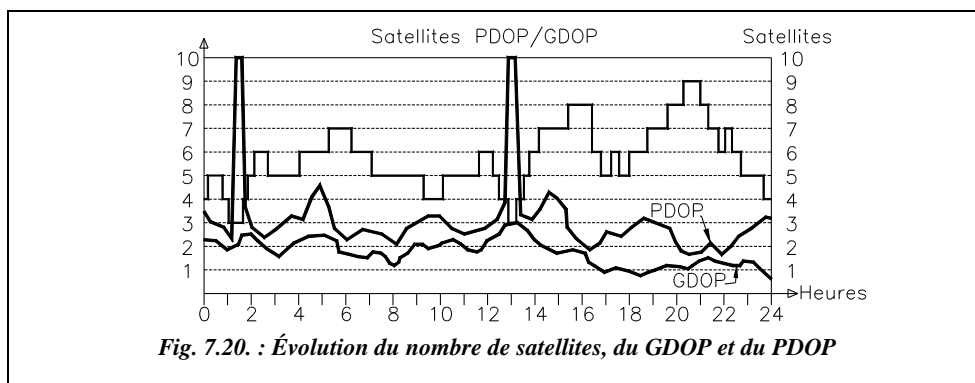


Fig. 7.19. : Intersection spatiale

Les programmes analysent les positions respectives de tous les satellites afin d'effectuer le choix entre les quatre meilleurs qui deviendront les satellites actifs de calcul, c'est-à-dire les mieux placés pour réduire la zone d'intersection. **Ainsi l'erreur de GDOP est-elle minimale**. Si cinq, six... satellites sont correctement disposés autour du récepteur, ils seront tous pris en compte dans les calculs. Le graphique de la figure 7.20., établi par le logiciel en fonction des données de la station, montre l'évolution du PDOP et du GDOP sur une période d'une journée.

Ce graphique (fig. 7.20.) tient compte à la fois, pour un lieu et une date d'observation donnés, des éphémérides de la constellation entière et des masques entrés par l'utilisateur. Ce graphique donne aussi le nombre de satellites visibles par tranche d'heure. En abscisse, on trouve les heures d'observation et en ordonnée les coefficients PDOP et GDOP : l'échelle des ordonnées est commune au nombre de satellites et aux coefficients

PDOP et GDOP ; bien que ces derniers ne soient pas uniquement le fait du nombre de satellites, on constate que les pointes de GDOP ou de PDOP se produisent lorsque le nombre de satellites captés est inférieur à quatre, soit entre 1 heure et 2 heures et vers 13 heures. C'est grâce à ce graphique que l'opérateur planifie la campagne GPS en choisissant le (ou les) moment(s) de la journée le(s) plus favorable(s) aux observations. On y relèvera les pointes de PDOP et de GDOP qui correspondent à des moments où il est préférable de ne pas mesurer.



### 1.6.3 Autres éléments de planification

Une mesure différentielle fait appel à deux équipes distinctes qui peuvent être très éloignées l'une de l'autre. Les mesures d'une équipe sont inutilisables sans celles de

l'autre. Chacun doit donc définir et respecter son rôle, calculer ses temps de déplacement d'un point à l'autre de manière à être sûr de commencer à mesurer en même temps que l'autre équipe. La méthode la plus simple est de considérer une antenne comme fixe, sur un point de référence connu, et l'autre mobile (*rover*). Les calculateurs associés aux antennes sont programmables : ils peuvent donc être tous les deux programmés au bureau, les opérateurs n'ayant plus alors qu'à se soucier d'être en station à un endroit donné à une heure donnée. Il faut cependant faire attention au décalage horaire entre le temps local et le temps GPS, ou temps universel.

Dresser la liste du matériel nécessaire est un bon moyen d'éviter des désagréments sur le terrain ; chaque opérateur l'établira avant le départ. Les heures d'enregistrement seront exprimées en **temps universel** (TU), c'est-à-dire celui affiché par les récepteurs.

Il ne faut pas oublier de noter sur le terrain la **hauteur d'antenne** dont la précision intervient en GPS sur les trois coordonnées (voir § 1.3.2.2). Pour cela, le meilleur moyen est de remplir une fiche **pour chaque observation**.



Le tableau GPS. XLS propose une fiche de terrain type qui est adaptée à toute mission GPS.

#### Remarque

On peut parfois obtenir un résultat de mesure même si une équipe n'a pas fait sa station. Si vous disposez dans les environs du chantier d'une antenne GPS de l'IGN stationnée sur un point géodésique et fonctionnant en permanence, il vous est possible de récupérer les informations enregistrées par cette antenne par simple demande à l'IGN, sur le réseau Internet ou sur minitel. Par exemple, à Grasse, l'IGN stationne en permanence le point du réseau européen EUREF (voir chap. 2) situé sur le plateau de Caussols dans l'enceinte de l'observatoire astronomique du CERGA. Les données GPS sont fournies, pour une journée d'observation entière, au format RINEX (format d'échange standard des données GPS). Les mesures étant effectuées toutes les 30 secondes, il est conseillé de choisir un taux d'échantillonnage multiple ou sous-multiple de 30. Le logiciel GPS utilise ensuite les données de votre antenne en parallèle à celle de l'IGN afin de résoudre les ambiguïtés.

### 1.6.4 Méthodes de travail

Si les points ne sont observés qu'une seule fois, on parle de **simple détermination**. Une **double détermination** demande deux observations du même point à partir de deux points de référence différents. Elle permet un contrôle par double calcul du point observé.

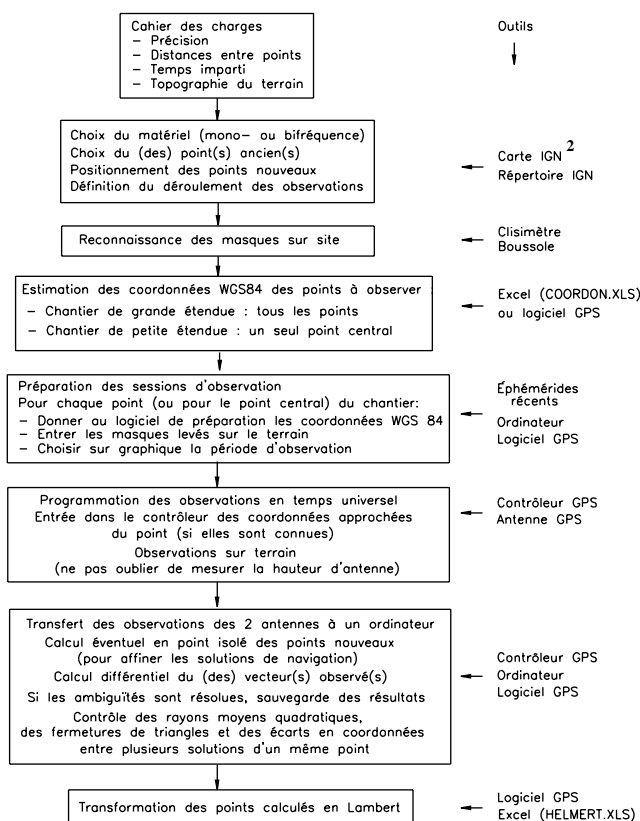
Si la précision des points d'appuis est insuffisante, les points de canevas ordinaires étant connus à environ 20 cm près, l'opérateur pourra, avec plusieurs observations indépendantes de la même ligne de base, vérifier la **répétitivité** de la mesure, ce qui donnera une bonne information sur sa qualité. Comme en triangulation, l'opérateur pourra constituer des figures fermées, triangles ou polygones, de manière à contrôler la fermeture, somme

des dX, dY et dZ fournis par le calcul GPS, ces fermetures étant directement calculées en WGS84.

Pour approfondir ce sujet<sup>1</sup>, de nombreux sites *internet* donnent des informations générales sur le système GPS ainsi que des informations sur son évolution et ses perspectives ; en particulier l'apparition à compter de 2002 d'une Fréquence  $L_3$  réservée à l'utilisation civile...

## 1.6.5 Organigramme d'une mission GPS (différentiel post-traité)

L'organigramme suivant détaille le déroulement complet d'une mission GPS.



<sup>1</sup> Voir aussi tous les articles parus dans la revue XYZ, vous en trouverez une liste référencée par numéro de revue dans le fichier d'aide XYZ.HLP situé sur le cédérom joint à cet ouvrage. Voir aussi les articles suivants de la revue *Géomètres* (liste non exhaustive) :  
*Initialisation cinématique en mouvement*, *Géomètre*, n° 4 de 1994.  
*Dossier GPS*, *Géomètre*, n° 6 de 1992.

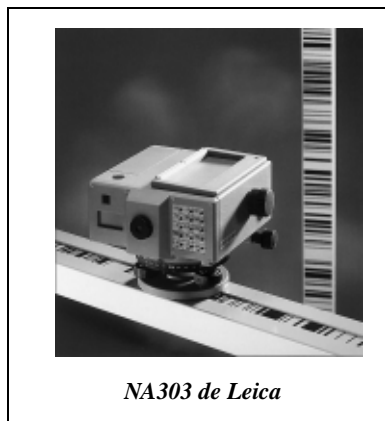
<sup>2</sup> L'IGN vient de sortir des cartes série bleue au 1/25 000 estampillée GPS : elles fournissent un « quadrillage » UTM destiné à faciliter des mesures graphiques sur la carte.



## 2 NIVEAUX NUMÉRIQUES

Le nivellement et les caractéristiques des appareils de nivellement sont étudiés en détail au chapitre 5. Nous avons voulu présenter un rapide historique pour positionner dans ce chapitre des technologies modernes les niveaux numériques, qui représentent une avancée importante dans ce domaine.

Le développement technologique des appareils de nivellement fait apparaître deux évolutions essentielles : l'introduction des **compensateurs automatiques** puis l'apparition des **niveaux numériques**. Ci-après, est rappelée l'évolution technique des niveaux :



*NA303 de Leica*

- le **niveau à colliers** : la lunette, maintenue au corps du niveau par deux colliers, était amovible et pouvait ainsi être retournée bout pour bout de manière à éliminer certaines erreurs systématiques dues à l'instrument ;
- le **niveau à lunette fixe** : la lunette est fixe par rapport au corps du niveau et une nivelle torique de directrice parallèle à l'axe de la lunette permet le calage horizontal de la visée. C'est le principe du niveau de haute précision N3 de Leica : la nivelle torique très sensible, est réglée avant chaque visée ;
- le **niveau à bascule** : la lunette est reliée au support par un axe autour duquel elle peut basculer de manière à éliminer certaines erreurs systématiques dues à l'instrument. La nivelle torique, généralement à bulle coupée, est solidaire de la lunette et est réglée à chaque visée ;
- le **niveau automatique** : l'introduction d'un mécanisme de compensation est basé sur la gravité d'un corps mobile ou sur l'équilibre d'un liquide qui effectue automatiquement le réglage fin de la ligne de visée à l'horizontale (voir chap. 5 § 1.2.3). C'est le principe de la grande majorité des appareils vendus actuellement ;
- le **niveau numérique** (voir leurs caractéristiques au chapitre 5, paragraphe 4.) : les lectures sur mire sont automatisées par un système de décodage d'une mire à codes-barres ; l'appareil lit automatiquement le fil niveleur et la distance station-mire ; ces valeurs sont affichées et peuvent être mémorisées sur un support informatique. Cela augmente la productivité de l'opérateur et élimine les fautes de lecture et de retranscription des lectures.

On arrive donc en nivellement au même stade de développement que celui des stations totales, à savoir la lecture sur écrans digitaux, la saisie et la retranscription des informations entièrement automatisées. Ces appareils peuvent être motorisés pour des travaux automatisés de surveillance ou d'auscultation (pointés automatiques réguliers d'une série de mires, lecture et transmission des observations à un bureau d'étude). Il reste une

dernière étape à franchir : rendre les niveaux numériques (NA2002 et NA300) aussi précis que les niveaux de haute précision du type du N3 à lunette fixe et nivelle torique.

### 3 LES STATIONS TOTALES

Une station totale est un théodolite électronique couplé à un IMEL (Instrument de Mesure Électronique des Longueurs (voir chap.4 § 6) et possédant un système d'enregistrement et/ou de transfert des informations.

L'apparition des stations totales a révolutionné la topométrie :

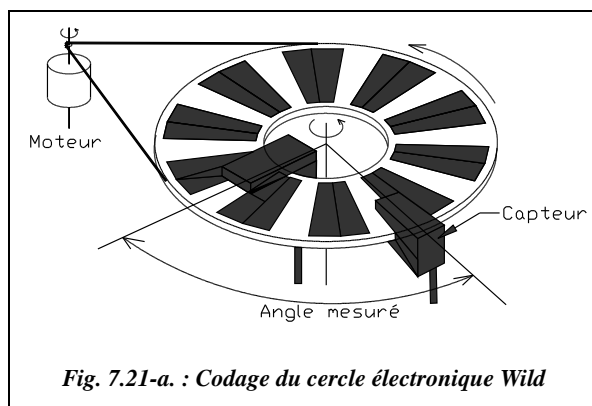
- grâce aux IMEL, la mesure de distances devient simple, rapide et précise même sur de longues portées. Elle est **homogène** en précision avec les lectures angulaires. Par exemple, le TC1800 de Leica (tachéomètre électronique) est donné pour un écart type de  $\pm 0,3$  mgon en angle, soit  $\pm 5$  mm à 1 000 m, et  $\pm (2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$  en distance, soit  $\pm 4$  mm à 1 000 m : les précisions sont donc comparables.



*TC1000 et GRE4 de Leica associés à un micro-ordinateur et un traceur A0*

- les **affichages** de type digital limitent considérablement les erreurs de lecture, plus fréquentes sur verniers gradués, et surtout ce type de lecture ne nécessite pas l'apprentissage d'un vernier. Grâce à des formules préprogrammées, l'opérateur obtient ainsi l'affichage direct d'une dénivelée ou d'une distance réduite à l'horizontale. Mais il convient de continuer de noter et/ou d'enregistrer les valeurs de  $D_i$ ,  $H_z$ , et  $V$ , indispensables pour les calculs de tolérances.

- les **cercles** codés à lecture électronique continue sont fiables et précis : la lecture est faite **sur l'ensemble du cercle**, ce qui élimine les éventuels défauts de graduation et d'excentricité. Le cercle est divisé en 1 024 intervalles, un sur deux étant réfléchissant. Deux capteurs à infrarouge, l'un fixe et l'autre mobile solidaire de l'alidade, effectuent des mesures de déphasage et en déduisent la lecture angulaire entre les directions des deux capteurs. Le disque tourne en permanence et les mesures s'effectuent sur toute sa surface ; on en fait la moyenne sur un intervalle de temps donné.



#### Remarque

Avec ce type d'appareil, le décalage d'origine entre deux séquences **ne sert à rien** puisque le zéro des graduations est modifié de manière informatique lors de l'affichage ; physiquement, la mesure reste la même.

- le stockage des informations saisies sur un support **informatique** et leur retranscription automatique sur un micro-ordinateur élimine complètement les fautes de lecture et de retranscription. Il nécessite une bonne organisation sur le terrain de manière à profiter au maximum du gain de productivité.
- la possibilité de **codifier** les points d'un levé permet aussi d'accélérer la production du report sur papier en utilisant au maximum les fonctions d'habillage automatique des logiciels de topographie. Cela nécessite l'apprentissage initial de la codification.
- l'obtention des informations de terrain sur un support informatique permet d'en obtenir une **représentation numérique** plus fiable dans le temps et plus précise qu'une représentation sur papier : de nombreuses erreurs dues à la mesure d'une cote sur un support papier seront ainsi évitées. De plus, une représentation numérique peut être imprimée sur papier à n'importe quelle échelle. Le support informatique permet aussi la création de Systèmes d'Informations Géographiques (SIG § 5.5), qui sont des bases de données topographiques dans lesquelles sont associées au dessin des informations d'ordre général dont l'opérateur peut sélectionner la visibilité en fonction du type de plan désiré et de sa destination.
- les stations récentes sont équipées de **fonctions automatiques** préprogrammées qui facilitent le travail de l'opérateur : par exemple la bibliothèque TPS-system équipant les stations TC1100, TC1700 et TC1800 de Leica comprend un programme d'implantation, d'orientation du cercle horizontal et de transfert d'altitude, de calcul de station libre, de calcul des coordonnées du point visé, etc.

- les erreurs systématiques de mesures angulaires des théodolites mécaniques (chap. 3 § 3) se retrouvent dans les stations. Mais ces dernières ont l'avantage de pouvoir **mesurer ces défauts et de mémoriser leur valeur pour ensuite les compenser directement** dans chaque mesure. Ainsi, les méthodes de levés angulaires comme le double retournement (chap. 3 § 4.2), la répétition, la réitération deviennent pratiquement superflues ; elles permettent toutefois de minimiser l'erreur de pointé en faisant plusieurs lectures sur le même objet visé.

Par exemple, le T2000 permet, par une manipulation lors de la mise en station, de déterminer et d'annuler toutes les erreurs de collimation (voir chap. 3, § 3.1.3 et 3.1.4). C'est un nouveau principe de fabrication de la base mécanique des théodolites : il n'est plus nécessaire de fabriquer un appareil de très haute précision dont les erreurs systématiques, si petites soient elles, sont inévitables ; il est préférable de fabriquer une mécanique correcte en terme de précision associée à un système de mesure et de compensation de ces erreurs.

Certains appareils équipés de compensateurs biaxiaux détectent et compensent automatiquement les défauts de collimation d'un appareil ; le double retournement n'est plus nécessaire.

Les stations sont en concurrence avec la technologie GPS sur certaines applications. Par exemple, la densification de canevas, le levé de détail en zone dégagée ; le prix revient par point levé de l'une ou l'autre des deux méthodes étant fonction des portées, de l'accessibilité des points, etc. on ne peut *a priori* donner l'avantage au GPS ou aux stations. Les stations offrent l'avantage de **l'indépendance**, alors que le GPS appartient aux militaires américains. Elles sont pour l'instant irremplaçables en levé en zone non dégagée, en implantation, en topométrie industrielle où la précision au centième de millimètre est recherchée, et en nivellement où le GPS manque encore de précision.

Le tableau suivant donne les caractéristiques des stations de la gamme Leica.

Dans ce tableau, le C de TC signifie que l'appareil possède un distancemètre coaxial ; M de TCM signifie qu'il est motorisé, c'est-à-dire que l'appareil fonctionne de manière automatique, par exemple pour des auscultations ou des surveillances d'ouvrage.

Dans la rubrique affichage, L signifie lignes et C caractères.

Tous ces appareils disposent d'une lecture angulaire en continu sur un codeur absolu. Les portées des mesures de distance sont données pour des conditions atmosphériques moyennes.

Gamme	Appareils de chantier		Topométrie précision		Haute précision		
Modèles	TC400	TC600	TC1100	TC1700	TC1800	T2002	T3000
Écart type V, Hz	± 30 dm/g	± 15 dm/g	± 10 dm/g	± 5 dm/g	± 3 dm/g	± 1,5 dm/g	± 1,5 dm/g
Motorisation	-	-	TCM1100	TCM1700	TCM1800	-	TM300V
- précision du positionnement	-	-	0,5 mgon	0,5 mgon	0,5 mgon	-	0,5 mgon
- vitesse de rotation	-	-	50 gon/s	50 gon/s	50 gon/s	-	50 gon/s
Compensateur	uniaxial	biaxial	biaxial	biaxial	biaxial	biaxial	biaxial
- plage (gon)	± 0,1	± 0,1	± 0,1	± 0,1	± 0,1	± 0,055	± 0,055
- préc. calage	± 6 dm/g	± 6 dm/g	± 3 dm/g	± 1 dm/g	± 1 dm/g	± 0,3 dm/g	± 0,3 dm/g
Mesure de distance :						TC2002	-
- précision	5 mm +5 ppm	3 mm +3 ppm	2 mm +2 ppm	2 mm +2 ppm	2 mm +2 ppm	1 mm +1 ppm	-
- portée avec 1 ou 3 prismes :	600 ou 900 m	1,1 ou 1,5 km	2,5 ou 3,5 km	2,5 ou 3,5 km	2,5 ou 3,5 km	2,0 ou 2,8 km	-
Correction des erreurs :	*	*	**	**	**	**	**
Affichage LCD	4 L / 16 C	4 L / 16 C	8 L / 30 C	8 L / 30 C	8 L / 30 C	18 touch.	18 touch.
Clavier à 2 positions	Non	Non	Option	Oui	Oui	Oui	Oui
Enregistrement RS232 (liaison externe) + ...	-	Mémoire interne	PCMCIA + mém. interne	PCMCIA + mém. interne	PCMCIA + mém. interne	Module REC ou GPC1	Module REC ou GPC1
Lunette :							autocolli.
- grossissement	28×	28×	30×	30×	30×	32×	43×
- ouverture	28 mm	28 mm	42 mm	42 mm	42 mm	42 mm	52 mm
- visée minimale	2 m	2 m	1,7 m	1,7 m	1,7 m	1,7 m	0,6 m
Batterie - nb. mesures	400	400	600 400/TCM	600 400/TCM	600 400/TCM	-	-

\* : Erreur d'index vertical, de courbure terrestre et de réfraction atmosphérique.

\*\* : Toutes les erreurs systématiques de l'appareil.

dm/g : dmgon.

## 4 LES APPAREILS LASER

La technologie utilisant le LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) permet la création d'un faisceau de lumière cohérente **très peu dispersif**, c'est-à-dire qu'il reste très concentré autour de son axe d'émission, même sur de très grandes portées ; l'opérateur peut par exemple obtenir un point de 1 cm de diamètre à

1 000 m. Cette technologie est donc idéale pour **matérialiser un point, un alignement ou un plan** ; ce dernier, horizontal ou incliné, est obtenu en faisant tourner le laser. Le laser peut donc remplacer le niveau à bulle, équerres et cordeaux, etc. Il est souvent utilisé pour le guidage d'engins de travaux publics, le contrôle d'ouvrages mais aussi en travaux d'intérieur pour la pose de revêtements de sol, revêtements muraux ou faux plafonds, opérations dans lesquelles il facilite le travail d'alignement, de nivellement et de traçage. On peut aussi équiper un théodolite d'un **oculaire laser** dont le faisceau est focalisé dans le plan du réticule de la lunette et pointe l'endroit visé par la lunette, permettant ainsi l'implantation précise d'axes, le marquage de points inaccessibles, etc.

Il est aussi utilisé comme **distancemètre** : l'opérateur mesure alors le temps mis par une impulsion dirigée vers un objet pour parcourir l'aller-retour et il en déduit la distance ; c'est le principe de fonctionnement du Disto de Leica (voir § 4.5). La précision est comparable à celles des distancemètres à infrarouge, de l'ordre de  $\pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$  en mesures standard ; leur avantage réside dans le fait qu'un miroir n'est pas toujours nécessaire, la réflexion sur certains objets pouvant être suffisante. La portée des mesures est aussi plus grande avec un rayon laser mais nécessite une puissance d'émission très supérieure à celle d'une diode infrarouge. Les distancemètres à infrarouge sont actuellement plus répandus : leur portée pouvant atteindre 15 km avec une faible consommation d'énergie et à moindre coût, ils conviennent mieux aux applications civiles classiques.

- Pour apprécier les évolutions de ces technologies, il est utile d'en connaître l'historique :
- 1960 : apparition des premiers lasers d'alignement pour le BTP.
- 1968 : premiers niveaux avec automatisme de compensation (voir chap. 5 § 1.2.3).
- 1974 : premiers émetteurs-récepteurs pour le guidage et l'automatisation d'engins de travaux publics, agricoles...
- 1980 : premier laser à diode électronique.
- 1991 : premier laser à diode statique (limitation du nombre de pièces en mouvement dans l'appareil).

Les appareils les plus récents proposent un calage horizontal **entièrement automatique** – il n'y a plus de nivelle – dans une certaine plage de l'ordre de quelques grades (voir § 4.1) autour de la verticale ou de l'horizontale. Un système de **coupure automatique** du faisceau en cas de déplacement de l'appareil garantit une sécurité optimale. Certains modèles (voir § 4.4) permettent même de se **positionner en planimétrie en temps réel** sur de petits chantiers.

Pour la création du rayon laser, les deux technologies suivantes sont encore utilisées :

- le **laser à tube de gaz hélium-néon** se caractérise par une forte puissance et donc une grande portée. Cette technologie est très rustique par rapport au laser à diode mais très fiable. Le rayon lumineux émis a besoin de bonnes conditions atmosphériques et d'une faible luminosité ambiante, sinon il est couplé à des cellules réceptrices. L'un des inconvénients principaux est la nécessité d'alimentation par batteries sèches, donc de disposer de branchements et de câbles qui sont souvent malmenés sur les chantiers.

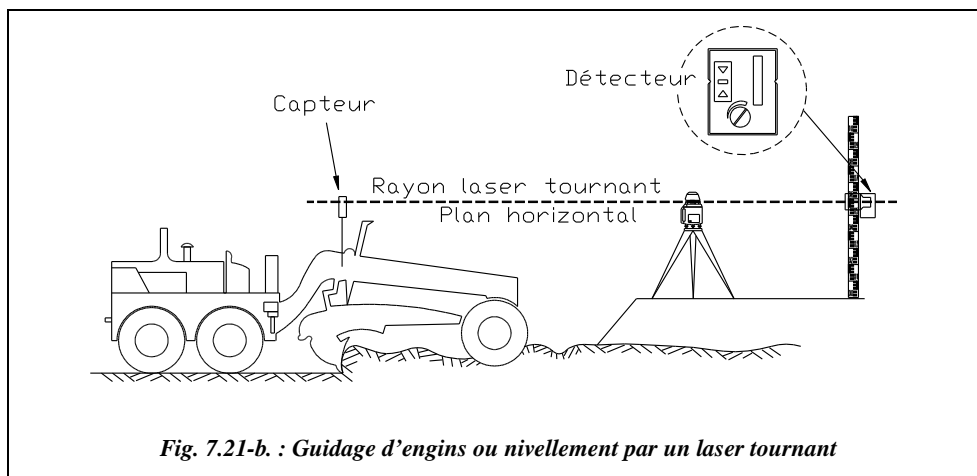
- le **laser à diode infrarouge ou électronique** est la technologie la plus récente. Les appareils sont plus compacts et fonctionnent à l'aide de piles – il n'y a donc plus besoin de câbles – mais de portée moindre. L'inconvénient de la portée réduite est levé par l'utilisation d'une cellule détectrice captant les rayons émis. Ces rayons peuvent être de deux sortes : celui émis par les diodes électroniques est **visible** mais de faible intensité, donc adapté aux travaux de second œuvre, tandis que celui émis par les diodes infrarouges est **invisible** : il est donc associé à un récepteur, ce qui augmente sa portée et permet son utilisation sur des chantiers étendus : terrassements, gros œuvre, etc.

Remarquons que le rayon laser, d'une très grande intensité, est dangereux pour l'œil humain. Le matériel de chantier répond toutefois à des normes de sécurité strictes qui s'échelonnent de la classe 1, la moins nocive, à la classe 3B. Pour les lasers dits de faible danger de classe 3A et 3B, le réflexe palpébral, rétraction automatique de la pupille, protège l'œil en limitant l'exposition à 0,25 secondes mais ceci n'est plus vrai en cas d'observation prolongée ou à travers un instrument optique. La prudence est donc de rigueur.

## 4.1 Les lasers de nivellement

Ces lasers permettent de matérialiser un plan horizontal par rotation du faisceau laser, c'est-à-dire la rotation d'un prisme autour de la diode émettrice, qui reste fixe. La vitesse de rotation est réglable, parfois par télécommande. Quelques-unes des applications possibles sont les suivantes :

- le **guidage d'engins de terrassement** : un capteur placé sur la lame de la niveleuse (fig. 7.21-b.) permet de la positionner à une cote altimétrique précise. Le guidage peut être automatique, grâce à un capteur couplé à un boîtier de commande de l'hydraulique, ou manuel mais assisté par les indications du capteur : des flèches indiquent s'il faut lever ou baisser la lame pour niveler à une altitude donnée. La portée de ces appareils est de l'ordre de 400 m ; ils peuvent définir des plans inclinés jusqu'à 5 % dans deux directions perpendiculaires avec une précision de nivellement de  $\pm 3$  mm à  $\pm 3$  cm à 100 m suivant la pente affichée ;
- l'**implantation de repères de nivellement, contrôle de nivellement** : le laser est stationné sur un point quelconque ; l'opérateur détermine sa hauteur de station par rapport à un point de référence d'altitude connue. Il peut ensuite se déplacer dans le rayon d'action de l'appareil, de l'ordre de 100 m, avec une mire ou une simple règle munie d'un récepteur. Ce dernier affiche un signal visuel sous forme de flèches et un signal sonore sous forme d'un bip indiquant à l'opérateur la position du faisceau laser invisible (fig. 7.21-b.). Il peut ainsi :



- soit **contrôler** un niveau : le récepteur étant monté sur une mire graduée, on calcule une dénivelée classique ;
- soit implanter un élément en altitude : le récepteur peut être monté sur une simple règle à une distance donnée de la base de la règle ; l'opérateur déplace ensuite l'élément à implanter jusqu'à obtenir un signal correct du récepteur.



• les **opérations classiques effectuées avec un niveau optique**, mais avec l'avantage de pouvoir être faites avec un seul opérateur : obtention d'un trait de niveau, nivellement par rayonnement, implantation de pentes, etc. Les lasers utilisés pour ces opérations permettent une inclinaison de leur axe de rotation, comme le L1-M de Leica, qui permet d'obtenir une inclinaison allant jusqu'à 15 % dans une direction.

Par exemple, le Pro Shot L1-AS ci-contre, distribué par Leica, est un laser de nivellement dont les caractéristiques sont les suivantes :

- couverture de 400 gon, portée de 230 m avec un récepteur manuel, 300 m avec un récepteur à contrôle machine ;
- précision de  $\pm 4,6$  mgon, soit  $\pm 2$  mm à 30 m ;
- mise à niveau automatique dans une plage de  $\pm 4$  gon ;
- pente affichable tous les 0,01 % jusqu'à 9 %.

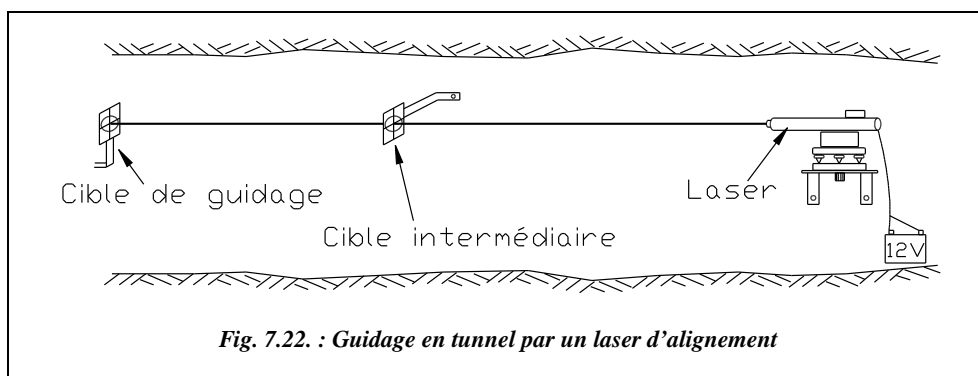


## 4.2 Les lasers d'alignement

Pour les grands alignements on utilise les appareils du type laser de tunnel et laser à tubes de gaz hélium-néon en raison de leur grande portée et de leur robustesse. Le faisceau des ces appareils est bien visible en tunnel, la luminosité y étant très faible. Ces appareils ne donnent qu'une direction (laser fixe). Ils sont utilisés dans le pilotage de percement de galeries et tunnels (fig. 7.22.).



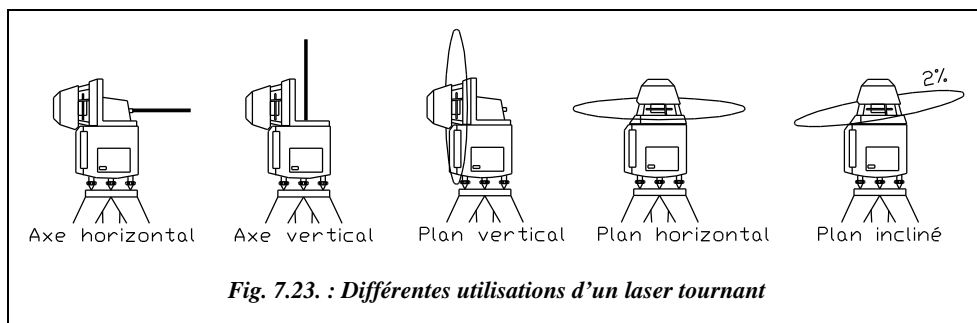
De forme tubulaire, le laser est positionné en **centrage forcé** sur un socle généralement fixé à la paroi. L'orientation peut se faire ainsi : un théodolite placé sur le socle permet de positionner une cible intermédiaire. Le laser placé ensuite à la place du théodolite est aligné sur la cible intermédiaire ; cette dernière, en matérialisant le passage du rayon laser, permet aussi de contrôler que le faisceau n'a pas été accidentellement dévié. En fin de course, le rayon laser peut soit créer un impact sur la paroi à creuser, soit directement, guider la foreuse.



Le faisceau du Wild TCL a 8 mm de diamètre et une portée de 1 000 m de nuit.

Les lasers d'alignement peuvent également être utilisés pour la surveillance d'ouvrages d'art, le contrôle de verticalité de bâtiments de grande hauteur, le guidage de coffrages, etc.

Pour les **travaux d'alignement de gros œuvre et de second œuvre**, on utilise souvent les niveaux (§ 4.1) munis d'un faisceau rotatif inclinable, qui permettent d'obtenir indifféremment des alignements ou des plans verticaux, horizontaux ou inclinés (fig. 7.23.).



*LNA30 de Leica*

Par exemple, le LNA30 de Leica, est un laser d'alignement dont les caractéristiques techniques sont les suivantes :

- Portée allant jusqu'à 450 m, avec un détecteur LPD6.
  - Vitesse de rotation réglable de 200 à 500 tr/min.
  - Diode laser fixe ; degré de sécurité classe 1.
  - Compensateur à pendule (débattement  $\pm 22$  cgon) ; précision de calage  $\pm 3$  dmgon.
  - Avertisseur lorsque l'instrument est en dehors de la plage de compensation.
  - Autonomie maximale de 70 h.
  - Sensibilité du détecteur LPD6 :  $\pm 0,8$  mm
- Précision :
    - en plan horizontal,  $\pm 6$  mm à 100 m ;
    - en plan vertical  $\pm 7$  mm à 100 m.

### 4.3 Les lasers de canalisations

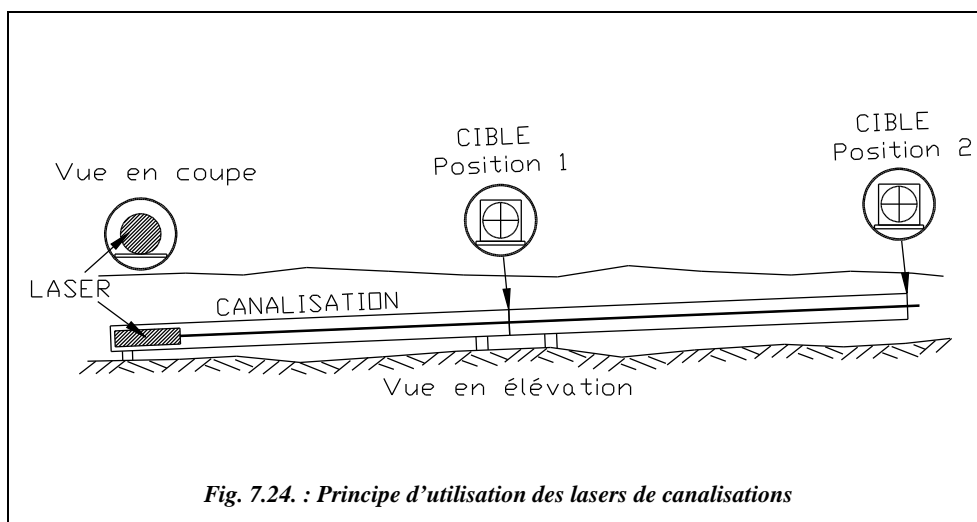


*PLA20 de Leica*

De forme cylindrique, ces appareils lasers ont été étudiés pour être centrés dans une canalisation. Le laser permet de respecter précisément une pente que l'on affichée sur un écran digital ; le faisceau se positionne automatiquement sur cette pente. Il permet d'aligner les différents tronçons de canalisation depuis un même point et non de proche en proche, comme traditionnellement. Le faisceau est aussi réglable dans le plan horizontal. La technologie de ces appareils est basée sur le tube de gaz hélium-néon : ils sont robustes mais leur consommation est élevée.

Le principe d'utilisation de ces appareils fait apparaître deux techniques de mise en place :

- soit le laser est centré dans la canalisation existante grâce à des pieds amovibles de différentes dimensions et/ou des systèmes d'entretoises adaptées aux différents diamètres des canalisations ;
- soit il est posé sur le fond de la canalisation ; les cibles utilisées sont alors telles que leur centre est situé à la même hauteur au-dessus du fil d'eau que l'axe de l'appareil. Cette dernière technique de mise en place est la plus précise et la plus simple ; elle est de plus en plus utilisée par les constructeurs.



- Après le calage à l'horizontale et l'affichage de la pente, directement sur l'appareil, l'opérateur pointe le faisceau en direction d'une cible placée à l'extrémité de la première canalisation à poser (fig. 7.24., position 1). La canalisation est ensuite calée de façon que le faisceau laser pointe le centre de la cible. Il enlève ensuite cette cible, il présente la canalisation suivante qu'il règle sur la cible en position 2 et ainsi de suite jusqu'au prochain regard.

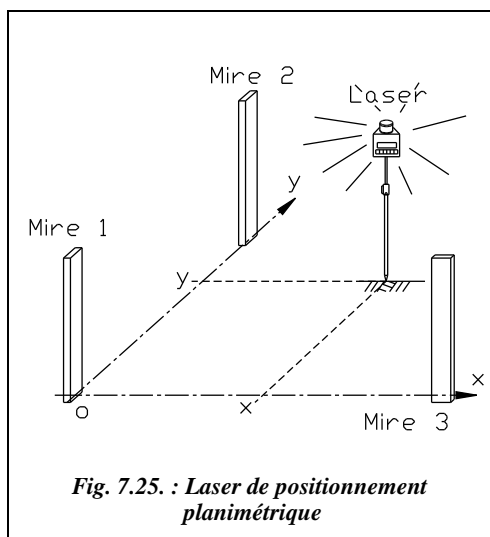
Par exemple, le PLA20 de Leica est un laser de canalisation, de classe 2, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- un boîtier étanche à l'eau ; télécommande pour un fonctionnement avec un seul opérateur ;
- un **calage en horizontalité automatique**, dans une plage allant de  $-8\%$  à  $+28\%$  de pente : c'est-à-dire que l'on pose l'appareil dans la canalisation et qu'il se règle ensuite automatiquement à l'horizontale ou bien à la pente qu'on affiche sur son cadran digital avec une précision de l'ordre de  $0,01\%$  ;

- le calage en direction est effectué sur une cible par télécommande : le réglage latéral est de  $\pm 5$  m sur 100 m ;
- le système de coupure mécanique du faisceau en cas de déplacement intempestif de l'appareil ;
- l'alimentation est assurée par une batterie interne (12 Volts) ; la batterie est externe sur le PLA10.

## 4.4 Les lasers de positionnement

Ce sont des lasers portables rotatifs qui peuvent calculer leur **position en planimétrie en temps réel** sur un chantier de faible étendue. Le modèle portable (2,8 kg) CAPSY de la société *Spectra-Physics Laserplane* permet un positionnement du laser à  $\pm 3$  mm près sur des portées allant jusqu'à 55 mètres.

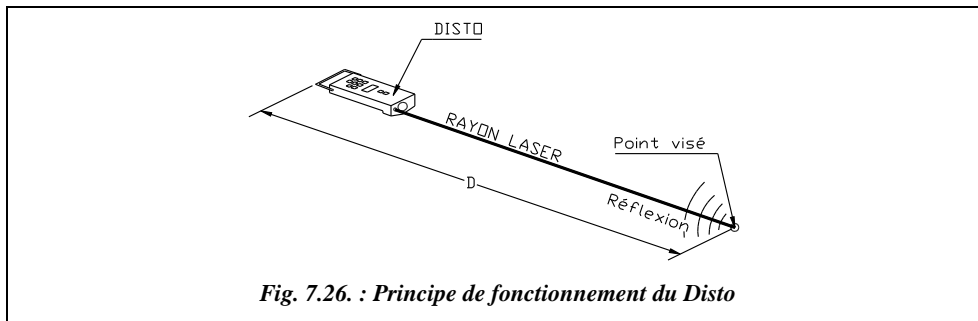


Le calcul de la position est effectué cinq fois par seconde par mesure angulaire sur trois mires à codes-barres positionnées sur trois points connus. Le laser rotatif effectue en permanence des acquisitions sur les trois mires fixes et en déduit sa position par un calcul de relèvement sur trois points (fig. 7.25.). Cette position s'affiche sur l'écran à cristaux liquides et permet donc à un **opérateur seul** de réaliser des mesures de distances, des implantations et des levés de détails, l'appareil possédant une mémoire d'enregistrement de plus de 2 000 points pouvant être récupérés sur un poste informatique *via* une interface série RS232.

Par exemple, sur l'implantation de la figure 7.25., les mires sont disposées sur trois points fixes définissant un système de coordonnées local (O, x, y). Chaque point à implanter est calculé dans ce repère et implanté directement avec le laser.

Sur des petits chantiers, ces appareils entrent en concurrence directe avec certaines fonctionnalités des théodolites électroniques grâce à l'avantage du positionnement en continu avec un seul opérateur. Pour obtenir les mêmes possibilités avec des stations, il faut des théodolites motorisés et pilotables à distance par liaison radio.

## 4.5 Télémétrie laser



La télémétrie laser permet une mesure électro-optique de distance à partir d'un rayon laser visible : le lasermetre est un instrument portable émettant un rayon laser que l'opérateur dirige vers un point de mesure ; ce point est repéré grâce à la visibilité et à la très faible dispersion du rayon laser. Le lasermetre donne alors la mesure de la distance entre sa base et le point visé (exemple : Disto de Leica, fig. 7.26.). La distance est déduite du temps de vol aller-retour d'une impulsion émise par une diode laser et renvoyée par l'objet pointé. Il est inutile de pointer une paroi perpendiculaire à la ligne à mesurer : en effet, le récepteur du Disto capte la fraction de rayon lumineux réfléchi vers l'appareil **quel que soit l'angle d'incidence**.

Cet appareil est très pratique pour effectuer des levés d'intérieur parce qu'il mesure des distances allant de **0,2 m à 30 m sans contact** et sans réflecteur. La mesure s'effectue d'une seule main, la forme et les équipements de l'appareil permettant des mesures dans tous les recoins d'une pièce. Des programmes intégrés permettent un calcul rapide des surfaces et volumes levés.

La portée de l'appareil peut aller jusqu'à **100 m** avec un réflecteur. Il est alors possible de l'utiliser en travaux d'implantation grâce à son mode de mesure en continu ou de levés courants. Par exemple, il peut être monté sur un niveau ou sur un théodolite, tenant alors lieu de distancemètre à courte portée.

La précision obtenue est de  **$\pm 3$  mm** en mesures courantes (donnée du constructeur). Le diamètre du spot laser est de 6 mm à 10 m et de 30 mm à 50 m.

Un **détecteur de point laser**, miroir se montant sur la face avant du Disto, permet de visualiser l'impact du point laser en extérieur et en plein jour sans danger pour l'œil.



## 5 PHOTOGRAMMÉTRIE

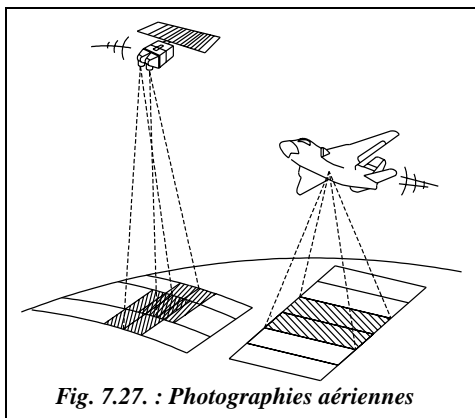


Fig. 7.27. : Photographies aériennes

C'est une technique permettant d'obtenir une représentation du terrain à l'échelle et en trois dimensions à partir de simples photographies. Ces dernières peuvent être prises au sol – restitution de façades, de bâtiments, etc. – à partir d'un avion (cartographie à moyenne et grande échelle) ou encore à partir d'un satellite (pour de la cartographie à petite échelle permettant de représenter rapidement de très grandes surfaces).

On parle de **photogrammétrie** car les clichés obtenus sont restitués à **une échelle donnée**, fonction de la focale de l'objectif

de prise de vue et de la distance à l'objet photographié : par exemple, la hauteur de l'avion au-dessus du sol pour des prises de vues aériennes.

De plus, en associant deux clichés (voir § 5.1), on peut obtenir une **mesure de l'altimétrie** du terrain photographié. Les clichés sont donc transformés par une opération appelée **restitution photogrammétrique** en plans et cartes directement utilisables en topographie. Cette opération de restitution est faite après les prises de vues sur des appareils spéciaux, appelés appareils de restitution photogrammétrique, par des opérateurs spécialisés.

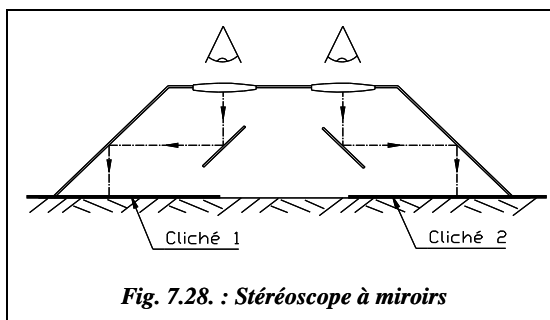
Bien que cette technologie ne soit pas aussi récente que le GPS, elle est classée dans ce chapitre puisqu'elle est en pleine mutation depuis l'apparition des micro-ordinateurs, des photographies satellites et du positionnement par GPS. Elle devrait connaître un nouvel essor justifié par le besoin et l'utilisation de plus en plus répandus des images numériques et des micro-ordinateurs multimédias. La principale évolution technologique est le passage à des appareils de prise de vues et de restitution **entièrement numériques** qui permettront l'intégration des données numériques dans les systèmes d'informations géographiques (SIG, § 5.5). Les prises de vues sont numérisées et la restitution est entièrement effectuée sur poste informatique, avec une automatisation toujours plus importante.

### 5.1 Principe de la prise de vue photogrammétrique

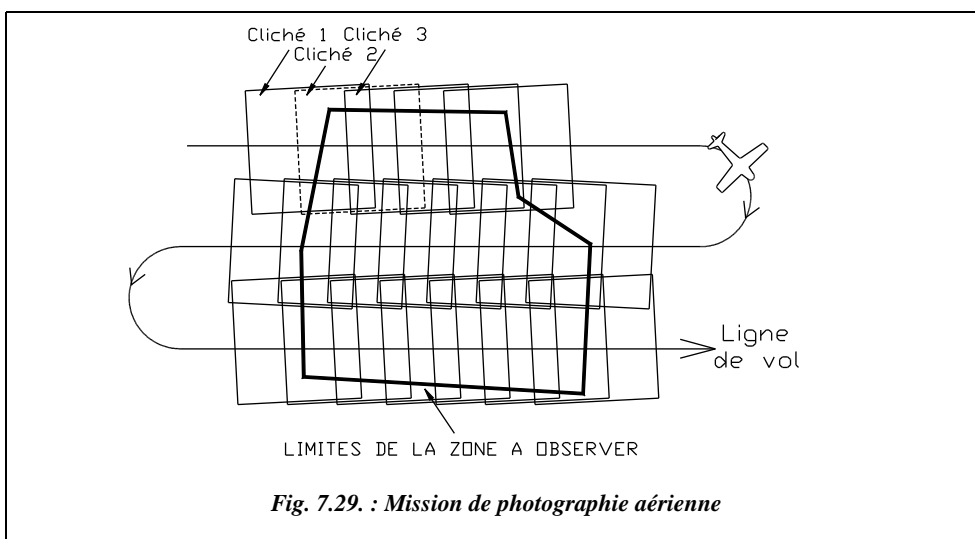
Le principe est basé sur une simple constatation physique : ce qui nous donne la perception du relief est le fait d'avoir deux yeux : chacun voit un objet sous un angle différent fonction de l'écartement entre ces deux systèmes de prise de vues très sophistiqués. C'est ensuite le cerveau qui, en fusionnant les deux images, donne la perception du relief. Une observation dans une longue-vue met en évidence le fait qu'avec un seul œil le paysage observé semble plat et sans profondeur, comme sur une photographie. L'observation dans

des jumelles modifie aussi la perception du relief en modifiant le rapport entre la distance objet-œil et la distance entre les deux yeux.

Le principe de base est donc d'utiliser **deux photographies de la même zone de terrain** pour obtenir une vision en trois dimensions. On peut ainsi, grâce à un **stéréoscope à miroirs** (fig. 7.28.), voir le relief d'une zone de terrain. Il suffit d'observer deux photographies de la **même zone** de terrain, chaque cliché étant vu par un seul œil.



Lors d'une campagne de photogrammétrie aérienne, les clichés sont donc effectués de sorte qu'il y ait un recouvrement longitudinal de l'ordre de 60 % entre deux prises de vue consécutives. L'observation d'une zone de terrain est faite en différentes passes avec un recouvrement transversal de l'ordre de 20 à 25 % (fig. 7.29. : 19 clichés pris en trois passes).



On peut donc voir en relief à partir de deux photographies. Il reste à régler les problèmes de mesure directe sur les clichés, de mise à l'échelle en planimétrie et de mesure de l'altimétrie.

### 5.1.1

### Problème de mise à l'échelle d'un cliché

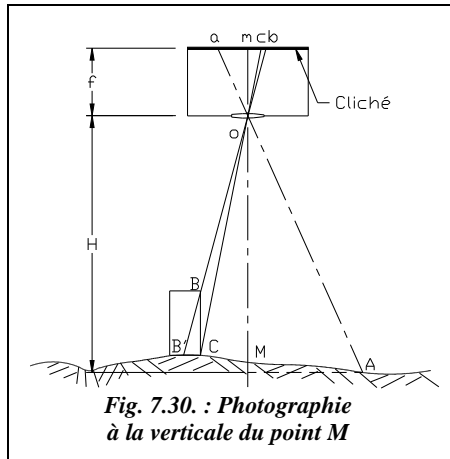


Fig. 7.30. : Photographie à la verticale du point M

Considérons un cliché unique (fig. 7.30.) réalisé depuis un avion parfaitement horizontal. L'appareil de prise de vue est une **chambre métrique** (appareil très rigide muni d'un objectif à distorsion et courbure de champ minimale). Sa distance focale est  $f$ . Un point A du terrain est photographié en a sur le film. On peut écrire :

$$\frac{f}{H} = \frac{ma}{MA} = e$$

$H$  est la hauteur de l'objectif au-dessus de A.

$e$  est, par définition, l'échelle du cliché : elle est donc fonction de la hauteur de vol  $H$ . ( $f$  et  $H$  ont même unité).

On constate que **l'échelle n'est pas constante** sur toute la photographie ; elle est fonction de la topographie du terrain : par exemple, les objets situés en altitude, plus proche de l'avion, sont grossis par rapport aux objets situés en fond de vallée.

L'ordre de grandeur des distances focales utilisées est de  $f = 15$  à  $30$  cm.

Donc, pour un avion volant à une hauteur moyenne de  $1\,500$  m au-dessus du sol, on obtiendrait un cliché à une échelle moyenne de  $1/10\,000$  pour une focale de  $15$  cm. Généralement, l'opérateur calcule la hauteur de vol correspondant à une échelle désirée. Pour obtenir une restitution au  $1/25\,000$  avec  $f = 15$  cm, il faut voler à une altitude de  $3\,750$  m.

Il n'est donc pas possible d'utiliser le cliché brut pour obtenir une représentation à l'échelle de la zone photographiée, d'autant que, comme nous le verrons plus loin, l'avion n'est pas horizontal au moment de la prise de vue. Il faudrait en modifier son échelle point par point en fonction de l'altimétrie : c'est ce que se propose de réaliser une **orthophotographie** qui est un cliché sur lequel auront été rectifiées ces variations d'échelle (voir § 5.2). De plus, une photographie n'est pas une projection plane, avec réduction d'échelle, mais une **perspective conique** (fig. 7.30.).

#### Remarque

En observant un seul cliché, l'opérateur peut déterminer, par exemple, la hauteur d'un édifice à partir de la mesure de son dévers (BC, fig. 7.30.). soit  $H'$  la hauteur de l'objectif au-dessus du point C, on peut écrire :

$\frac{f}{H'} = \frac{cb}{CB'}$  et  $\frac{CB}{CB'} = \frac{f}{mb}$  donc  $CB = H' \cdot \frac{cb}{mb}$  où  $mb$  est la distance de b au centre du cliché.



### 5.1.2

### Mesures des variations d'altitude sur un couple de clichés

Si l'on suppose que les photographies sont réalisées depuis un avion volant parfaitement horizontal, il est possible d'établir une relation permettant d'obtenir la variation d'altitude entre deux points en fonction de la variation de parallaxe notée  $p$ .

La **parallaxe** est la différence de distance au centre du cliché mesurée entre les images d'un même point, c'est-à-dire :  $p = x' - x''$ .

$B$  est la **base de prise de vue** : c'est la distance entre deux points de prise de vue

(fig. 7.31.), c'est-à-dire :  $\frac{B}{H} = \frac{p}{f}$

$$\text{donc } \frac{dH}{dp} = \frac{-f \cdot B}{p^2} = \frac{-H^2}{f \cdot B}.$$

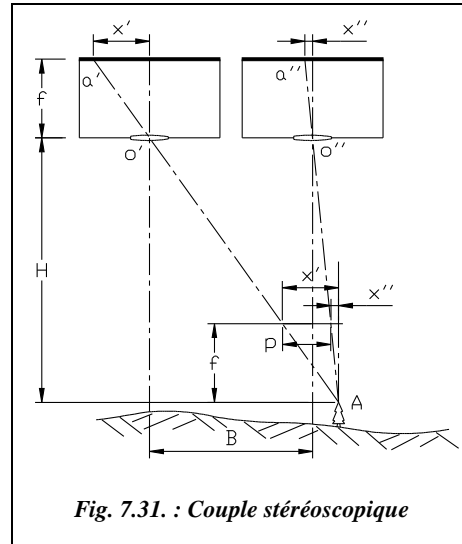


Fig. 7.31. : Couple stéréoscopique

En posant  $f = e \cdot H$  et  $b = e \cdot B$ , on obtient :  $dH = \frac{-H}{b} dp$ .

$b$  est la base  $B$  mise à l'échelle.

On peut donc mesurer la variation d'altitude  $dH$  entre deux points voisins en mesurant la variation de parallaxe  $dp$ . Les mesures sur des couples de clichés sont réalisées sur ce principe.

Les principaux termes utilisés en photogrammétrie sont définis ci-après.

- Les points  $a'$  et  $a''$ , qui sont les photographies du point A (figure 7.31.) sont appelés **points homologues**.
- Les segments  $Aa'$  et  $Aa''$  sont les **rayons homologues** issus du point A.
- Le **faisceau perspectif** est l'ensemble des segments joignant un point de vue aux différents points observés.
- Le point A appartient à l'**espace-objet** qui est donc le terrain photographié.
- L'**espace-image** sera la représentation en trois dimensions de l'espace-objet. Dans l'espace-image, le relief réel est transformé en un relief reconstitué plus ou moins déformé : cette transformation est appelée **anamorphose**.
- Le **stéréomodèle** est l'image du terrain observée en trois dimensions dans l'appareil de restitution.

### 5.1.3 Restitution photogrammétrique

Cette restitution est réalisée à l'aide d'un appareil de restitution photogrammétrique dont les fonctions essentielles sont exposées ci-après.

#### 5.1.3.1 Calage du couple de clichés observé

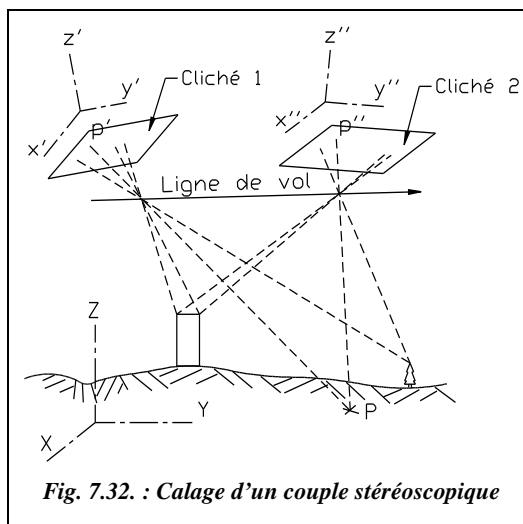


Fig. 7.32. : Calage d'un couple stéréoscopique

Jusqu'à maintenant, on supposait les prises de vues parfaitement horizontales. En réalité, les turbulences atmosphériques, les trous d'airs, etc. rendent la ligne de vol de l'avion difficile à maîtriser. Les clichés sont donc positionnés d'une manière quelconque dans l'espace et si on les observe directement posés à plat, on n'obtient pas une vision « exacte » du relief. Pour des observations précises, chaque couple de clichés doit être repositionné dans l'appareil de restitution tel qu'il était au moment de la prise de vue, de manière à obtenir l'image « plastique » en trois dimensions du terrain photographié (fig. 7.32.).

Cette opération de **calage des clichés** est effectuée dans l'appareil de restitution en s'appuyant sur des points connus en coordonnées et/ou en altitude et repérés sur les photographies. Pour caler une photographie en planimétrie, il suffit de deux points connus en coordonnées ( $X, Y$ ). Pour la positionner en altimétrie, il faut au moins trois points connus en altitude. On utilise généralement **quatre points connus dans les trois dimensions** pour réaliser un contrôle (voir aussi § 5.1.4). Chaque cliché est ainsi repositionné tel qu'il était à l'instant de la prise de vue par translations et rotations autour de trois axes et mise à l'échelle.

Cette fonction de calage est obtenue de manière différente selon le type d'appareil de restitution utilisé :

- à l'aide d'un **restituteur analogique**, cette opération est assurée grâce à des **chambres de restitution** orientables par **construction mécanique et/ou optique** des rayons homologues ; une telle chambre est constituée par le dispositif porte-clichés, équipé de quatre repères de fond de chambre permettant de centrer les photographies, et un système optique ou optico-mécanique permettant de reconstituer dans l'appareil de restitution un faisceau perspectif semblable à celui qui existait lors de la prise de vue.

- à l'aide d'un **restituteur analytique**, cette opération est assurée par un ordinateur qui **calcule et modifie en temps réel** la position des porte-clichés de l'appareil de restitution de sorte que l'index de pointé stéréoscopique (ou **ballonnet**) de l'opérateur semble se déplacer dans le stéréomodèle.

#### 5.1.3.2 *Observation du stéréomodèle en vision binoculaire*

L'opérateur observe une image en trois dimensions du terrain, appelée **stéréomodèle**, sur laquelle il est possible de mesurer des cotes et des altitudes. L'opérateur de restitution observe dans une lunette binoculaire les deux clichés, un sur chaque œil, en déplaçant le curseur ou ballonnet, piloté par trois manettes, une pour chaque dimension  $X$ ,  $Y$  ou  $Z$ .

#### 5.1.3.3 *Reproduction des mouvements de l'index de pointé stéréoscopique*

L'opérateur restituteur redessine les détails de la photographie en déplaçant le ballonnet. Ses mouvements sont transmis soit à un système traceur mécanique pour l'obtention d'une **stéréominute**, document graphique original qui, auparavant, était réalisé à une échelle donnée, soit à un système de visualisation graphique sur écran avec enregistrement numérique qui permettra, ensuite, l'impression du plan à n'importe quelle échelle, en restant compatible avec la précision de restitution.

On obtient une restitution à l'échelle de la zone photographiée parce que le système de pilotage se charge de compenser les variations d'échelle en fonction de l'altitude des points. Les courbes de niveau peuvent être tracées par **filage**, en déplaçant le curseur sur la surface du sol et en dessinant le suivi de sa trajectoire. On obtient ainsi une modélisation numérique de l'altimétrie du terrain (MNT ou modèle numérique de terrain) par déplacement automatique sur une grille de points ou profils avec pointé altimétrique de l'opérateur.

#### Remarque

Pour l'établissement d'une carte, les opérations de restitution sont complétées par l'observation sur le terrain de ce qui n'est pas directement visible sur la photographie ; on parle d'opération de **complètement** ; elle est réalisée avec des moyens de levés traditionnels.

### 5.1.4 **Évolution des appareils de restitution photogrammétrique**

La première génération, apparue dès les années vingt, est **analogique** (voir § 5.1.3.1) : leurs principaux défauts sont leur complexité, l'usure des pièces mécaniques et donc l'altération de la précision, leur ergonomie rudimentaire et, enfin, le fait que les cartes ou stéréominutes, sont obtenues sur un support papier.

La deuxième génération est **analytique** (voir § 5.1.3.1) ; si les premières recherches ont débuté dès 1952 avec un système expérimental (OMI-Bendix), c'est en 1956 que le

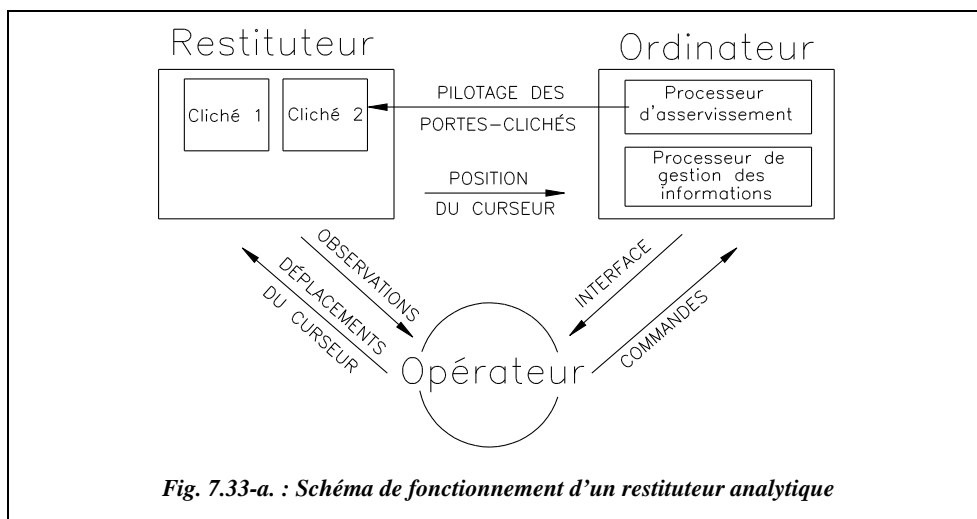
concept de l'appareil analytique a été défini et réalisé par le Dr. Uki V. Helava, photogrammètre d'origine finlandaise. Le premier prototype date de 1963 et le premier appareil commercialisé de 1976. L'utilisation de l'ordinateur permet de limiter considérablement le nombre de pièces en mouvement, de diminuer le nombre de composants optiques et d'améliorer la fiabilité et la précision. De plus, la restitution est obtenue sous forme numérique, base de données informatique plus durable, plus précise et plus complète que le support papier. La possibilité de diriger le curseur sur un point déterminé par ses coordonnées permet une interaction entre le processus de restitution et les données mémorisées.

La précision de ces appareils permet le positionnement d'un curseur de pointé à quelques micromètres près, ce qui donne des précisions de restitution pouvant descendre en dessous de la dizaine de centimètres en planimétrie et en altimétrie suivant l'échelle des clichés.



*Station analytique Leica*

Le concept analytique actuel est fondé sur la **séparation des calculateurs** assurant, d'une part, la tâche de pilotage et, d'autre part, les programmes de service (fig. 7.33-a.). C'est ce principe qui est désormais utilisé par tous les constructeurs, d'autant plus que l'arrivée des ordinateurs de type PC et compatibles et leur possibilité d'intégration de cartes électroniques a bouleversé les données techniques et les prix de fabrication. Les derniers développements des appareils analytiques actuels consistent à offrir, en plus, la **superposition du graphique** dans les oculaires en mono ou en stéréo avec option couleur ; ce procédé est déjà mis en œuvre dans le S9AP de Wild, en mode *raster*, mode point par point dans lequel on n'est pas lié au nombre de vecteurs, ou en mode vectoriel, plus contraignant.



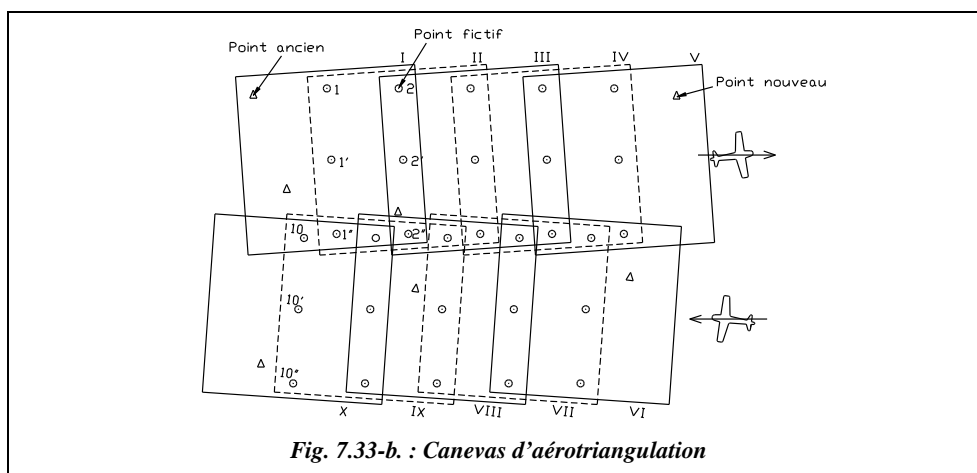
La dernière génération de ces appareils, datant du début des années quatre-vingt-dix, est entièrement **numérique** ; à partir de prises de vues numériques du terrain, comme les photographies du satellite SPOT (§ 5.3), ou bien à partir de prises de vue aériennes – de meilleure résolution que les scènes satellite – **numérisées sur un scanneur**, un ordinateur traite les informations pour obtenir directement la restitution du terrain en trois dimensions sous forme numérique. Il n'y a plus aucune pièce mécanique. La seule limitation en précision devient celle de la prise de vue ou de sa numérisation ; les meilleurs scanneurs actuels offrent une résolution de l'ordre du micromètre. Une photographie noir et blanc de  $225 \times 225$  mm peut être numérisée en cinq minutes avec des pixels de 12,5 micromètres. Contrairement à toutes les gammes d'appareils précédentes, l'opérateur observe le terrain sur un écran informatique et non sur support photographique ; l'écran est séparé en deux par le logiciel de restitution et l'opérateur observe au travers d'une lunette binoculaire une moitié de l'écran sur chaque œil. L'avènement de ces appareils constitue une révolution pour la photogrammétrie, non pas du point de vue du principe de base, qui demeure inchangé, mais du point de vue des possibilités nouvelles offertes aux manipulateurs en utilisant les immenses possibilités de la **corrélation numérique** et des logiciels de PIAO (Photo Interprétation Assistée par Ordinateur).

Certains fabricants développent des restituteurs numériques et les solutions logicielles complètes qui les accompagnent (par exemple, la gamme DPW Leica de Helava).

### 5.1.5 Stéréopréparation et canevas d'aérotriangulation

L'opération de calage des clichés nécessite la présence de quatre points d'appui par photographie (voir § 5.1.3). Il est très rare de pouvoir observer quatre points connus sur

une photographie. Cela nécessite donc des opérations topographiques au sol avant les prises de vues : ces opérations sont appelées **stéréopréparation**. Elles consistent à déposer au sol des plaques visibles depuis l'avion ; leur taille est fonction de l'échelle de la prise de vue, de l'ordre de  $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ , dont on détermine les coordonnées par des méthodes topométriques classiques (triangulation, GPS, etc.). La stéréopréparation représente un travail important sur le terrain ; une campagne comme celle de la figure 7.29., nécessitant 19 clichés pris en trois passes, demande de positionner environ un trentaine de points déterminés en  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , avec l'inconvénient de l'incertitude des repères qui peuvent être déplacés ou détruits.



Pour éviter d'avoir à repérer ou à positionner au sol un grand nombre de points de calage, une technique nommée **aérotriangulation** a été mise au point. Son principe est de calculer la position de points fictifs directement sur les négatifs photographiques, par exemple les points 1, 1' et 1'' du cliché I de la figure 7.33-b. : sur cette figure, l'inclinaison des clichés par rapport à la ligne de vol s'explique par l'effet de dérive. Ces points serviront à transférer le repère général de travail d'un cliché à l'autre. On peut alors se contenter d'un minimum de points d'appuis connus et visibles au sol ; ces derniers serviront de base au calcul de l'ensemble du canevas d'aérotriangulation. Un logiciel spécifique à ce type de calcul, appelé **programme de compensation**, détermine les coordonnées de tous les points fictifs par un calcul en bloc (moindres carrés), à partir de la connaissance de quelques points anciens du terrain. Si, dans certaines zones, le nombre de points anciens est insuffisant pour obtenir un contrôle et une précision corrects, il faut ajouter et déterminer des points nouveaux sur le terrain.

Pour augmenter la précision de la triangulation, on n'utilise pas des objets photographiés au sol mais des points créés physiquement sur les clichés : ce sont des **trous micrométriques** qui percent la gélatine du cliché (PUG de Wild) ou le film entier (laser de Zeiss Jena). Ils sont effectués au moyen d'une machine spécialement conçue à cet effet. Ces points sont positionnés dans l'axe de chaque photographie et se retrouvent donc sur trois photographies consécutives dans le sens longitudinal et sur une ou deux autres dans le

sens transversal : par exemple, le point 2'' de la figure 7.33-b. se retrouve sur les clichés I, II et III ainsi que sur les clichés VIII et IX. Le marquage des points s'effectue en vision stéréoscopique sur deux clichés en même temps ; on fraise un perçage de 60 micromètres de diamètre à la surface du négatif dont la position est repérée par une autre marque plus visible, le dessin d'un cercle de 6 mm de diamètre.

Soit par exemple (fig. 7.33-b.) une série de dix clichés de recouvrement longitudinal égal à 60 % et à 25 % en transversal, sur lesquels sont disposés cinq points anciens visibles. Les points anciens étant seulement au nombre de trois sur la première passe, l'opérateur ajoute sur le terrain un quatrième point. Il marque ensuite les 10 négatifs, soit 30 marques plus le transfert des points entre les bandes adjacentes. Le marquage des points ne s'effectue que sur la ligne du nadir de chaque cliché (points 1, 1', 1'') afin de ne pas gêner le pointé de l'opérateur lors de la phase de mesure proprement dite ; les points entre les bandes sont de même marqués une seule fois sur la bande adjacente (points 1'', 2'', 3'', 4'', 5'', 6, 7, 8, 9 et 10).

Après la phase de marquage, suivent les opérations d'observation des clichés marqués, auparavant avec un stéréocomparateur, désormais sur un restituteur analytique ; puis intervient la phase de compensation globale, calcul d'aérottriangulation **en bloc** grâce aux liens entre bandes qui, à partir des points existants, permet de calculer les coordonnées planimétriques et altimétriques de tous les points d'appui et des points marqués. Un paragraphe ne suffirait pas à décrire l'évolution incessante des programmes de compensation avec leur méthode, polynomiale, par modèles indépendants, par faisceaux, incluant désormais ou non les sommets de prises de vue, etc.

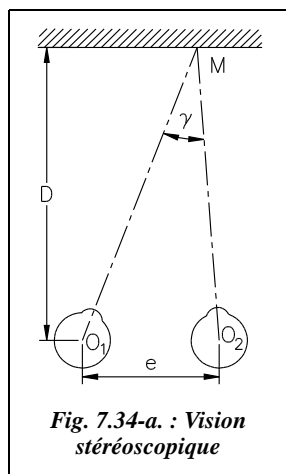
La détermination du canevas d'aérottriangulation est généralement effectuée sur la machine la plus précise dont dispose le cabinet de photogrammétrie. La précision des meilleures machines analytiques actuelles est de l'ordre du micromètre (Emq de 3 µm), c'est-à-dire que sur un cliché à l'échelle 1/1 000, il est possible, en théorie, d'approcher la précision au millimètre en restitution. En fait, la précision de restitution finale est plutôt de l'ordre de quelques centimètres car de nombreuses erreurs se cumulent : précision de la prise de vue, précision de l'observation des points de calage, fermeture du canevas d'aérottriangulation, précision des pointés des opérateurs de restitution, etc.

Les derniers développements de l'aérottriangulation montrent que ce processus peut faire l'objet d'un traitement automatisé s'appuyant sur le tout numérique. En effet, suite à la phase de numérisation de toute la mission photo sur scanner, on obtient des images d'une taille de l'ordre de 10 Gbytes, soit 10 milliards de pixels (voir § 5.1.6) ; grâce à la corrélation, il est possible de reproduire de façon automatisée les phases de marquage virtuel de points et de choix de points (schémas). De nouveaux programmes intègrent ces développements (HATS de Helava, par exemple) et permettent d'aérottriangler des zones très vastes d'une manière quasi-automatique. Certaines tâches de pointé sont toujours du ressort de l'opérateur : pointé des points d'appui et aide en cas d'impossibilité de corrélérer automatiquement.

Si l'on conjugue les apports du GPS et du numérique, l'aérotriangulation connaîtra encore de nombreuses évolutions dans les années à venir.

## 5.1.6 Quelques autres difficultés physiques et techniques

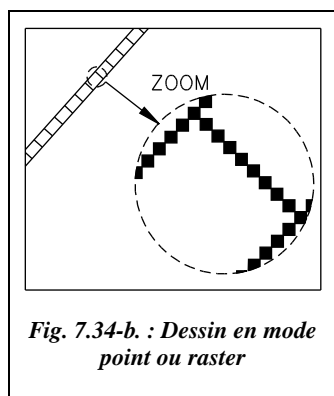
Quelques unes des difficultés techniques rencontrées sont les suivantes :



- **la limite de perception de l'œil humain** ; l'acuité visuelle est l'aptitude de l'œil à séparer les plus petits détails possible. Dans les meilleures conditions d'observation de clichés, l'acuité monoculaire est de l'ordre de  $\gamma = 4 \text{ cgon}$  ; elle est environ cinq fois plus petite en vision stéréoscopique, soit de l'ordre de  $8 \text{ mgon}$ , jusqu'à  $3 \text{ mgon}$  dans des conditions excellentes (voir fig. 7.34-a.). L'écartement moyen des yeux étant de  $e = 65 \text{ mm}$ , cette acuité permet de détecter une différence de parallaxe jusqu'à une distance  $D$  telle que :  $e \approx D \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \pi / 200$ . On en déduit que  $D_{\text{maxi}} \approx 1\,400 \text{ m}$ . Ceci implique que, dans un avion volant à plus de  $1\,500 \text{ m}$  d'altitude, la perception du relief ne s'effectue plus en vision stéréoscopique mais uniquement grâce aux éléments monoculaires de la perception de la profondeur.

L'ordre de grandeur de la **variation minimale de distance perceptible par l'œil** est  $\gamma \approx e/D \Rightarrow d\gamma \approx -e \cdot dD/D^2$ .

Numériquement, pour  $d\gamma = 3 \text{ mgon}$  et  $e = 65 \text{ mm}$ , on peut séparer des détails de  $1/20$  de millimètre à une distance de  $0,25 \text{ m}$ . Sur une photographie à l'échelle  $1/2\,000$ , une résolution de l'ordre de  $10 \text{ cm}$  sur le terrain peut être obtenue ;



- les limites techniques des appareils de numérisation (scanneurs) ; sur les photographies numérisées et travaillées sur des restituteurs numériques, ce n'est plus l'œil qui fixe les limites de résolution mais la précision de la numérisation. La résolution d'un scanner est donnée en **dpi** (*dots per inch*) ou points par pouce. L'unité de résolution est aussi appelée **pixel**. Une image numérisée est constituée d'un très grand nombre de pixels : on parle d'image en mode point (bitmap ou raster). La figure 7.34-b. est une illustration de ce que représente un pixel dans une image en mode point : l'objet dessiné semble linéaire ou vectoriel. En fait, si l'on effectue un zoom très proche, on constate qu'il est constitué

d'un assemblage de points ou pixels qui doivent donc être aussi petits que possible afin que l'image de l'objet paraisse lisse. Les formats informatiques les plus courants sont le format GIF et le format TIFF, compressé ou non. À titre indicatif, un négatif



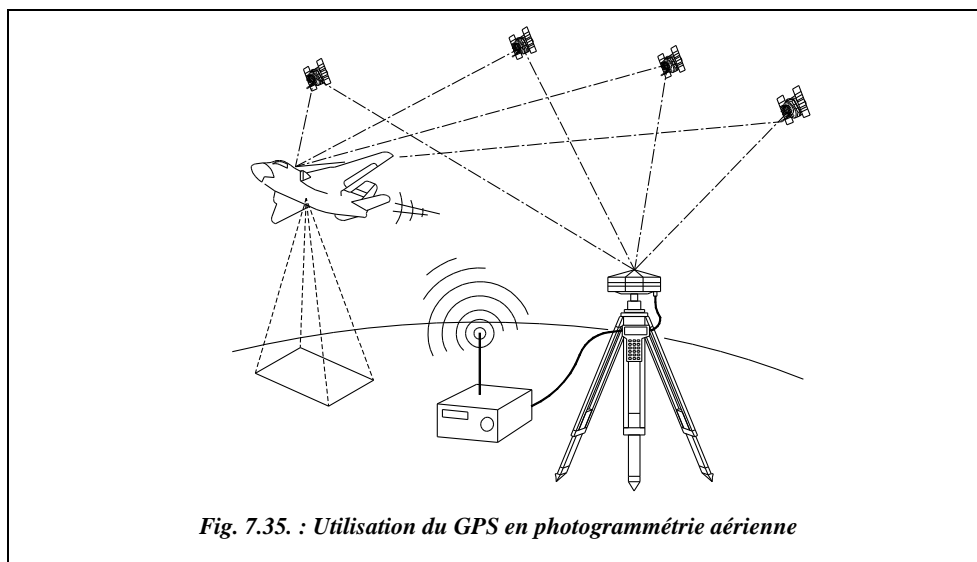
de 24 cm × 24 cm numérisé à 1 000 dpi représente une quantité d'environ 82 millions de pixels, soit une image en noir et blanc de 82 méga-octets au format TIFF, non compressé.

- À 1 000 dpi, un pixel représente 0,025 mm sur le négatif ce qui, à une échelle de 1/2 500, représente une précision théorique en planimétrie de **6 cm** par pixel (35 cm au 1/20 000). En altimétrie, la taille du pixel est multipliée par le rapport entre la focale et la base à l'échelle  $f/b$  qui, dans le cas le plus fréquent, vaut  $152/90 = 1,7$  mm, avec un recouvrement de 60 % pour atteindre la valeur de **11 cm** en résolution verticale au 1/2 500 et la valeur atteint 85 cm à l'échelle 1/20 000. En réalité la précision planimétrique attendue est de l'ordre de **70 % de la taille du pixel**, par exemple, pour les images SPOT (§ 5.3), le pixel étant d'une résolution de 10 m, la précision en planimétrie sera de l'ordre de 7 m.
- **l'effet de traînée sur la photographie** provient du déplacement de l'avion durant le temps d'exposition de la pellicule. Cet effet rend flous les objets photographiés en créant un « filé » dans le sens de déplacement de l'avion. Par exemple, pour une vitesse de vol de 360 km/h, l'avion parcourt une distance de 1 m en 1/100 de seconde, ce qui correspond à un temps d'obturation important. Il s'ensuit une traînée des objets photographiés de 1/25 de millimètre à l'échelle 1/25 000, ce qui est négligeable, ou encore de 1/5 de millimètre à l'échelle 1/5 000, ce qui est tout à fait perceptible à l'œil nu. Techniquement, ce filé est compensé dans les chambres de prise de vue par un déplacement inverse de la pellicule. Par exemple, l'appareil de prise de vue RC30 de Wild permet de déplacer la pellicule fixée sur une plaque de pression de manière à en assurer une parfaite planéité à une vitesse allant de 1 à 64 mm/s sur une amplitude maximale de 640 micromètres.
- **les effets de dérive, de tangage et de roulis** de l'avion de prise de vue sont compensés par une stabilisation gyroscopique de l'appareil de prise de vue qui permet de limiter l'influence de ces mouvements inévitables.
- **la luminosité, le pouvoir de séparation** des objectifs et le **grain** de la pellicule sont aussi autant de limitations physiques à la précision des plus petits détails enregistrés. En effet, la taille d'un grain argentique est de l'ordre de **4 microns**, et en photogrammétrie, le grossissement de l'image grâce aux zooms ne garantit nullement une meilleure précision de la mesure ; ceci reste vrai pour les plans numériques en topographie.

### 5.1.7 Utilisation du GPS en photogrammétrie

Le canevas d'aérottriangulation permet le positionnement des photographies dans un repère terrestre (fig. 7.32.). Une autre solution apparue avec le système GPS est le calcul de la position de l'objectif de prise de vue à tout instant dans un référentiel géocentrique. Depuis l'apparition des logiciels de calcul dits *on the fly* (§ 1), il est possible de déterminer cette position sans initialisation statique et pour un objet en mouvement avec une précision centimétrique. La méthode décrite ci-après (fig. 7.35.) est appelée mode différentiel en temps réel ou RTD : un récepteur GPS est stationné sur un point connu et transmet en permanence par radio des informations de correction de position, ce qui

permet au récepteur GPS embarqué dans l'avion de recalculer sa position en temps réel. La fréquence d'envoi des informations de correction doit être très élevée, de l'ordre de la seconde. Cette solution peut se heurter à la certification du système de transmission, agréé ou non, ainsi qu'au simple fait de devoir installer une station au sol dans la zone de prise de vue, compatible en outre avec le système avion, ensemble contraignant.



*Fig. 7.35. : Utilisation du GPS en photogrammétrie aérienne*

Cette technique permet :

- de suivre plus aisément le **plan de vol** en s'appuyant sur un terminal d'ordinateur dans le poste de pilotage : le plan de vol peut être suivi au plus près grâce aux informations GPS en temps réel.
- d'obtenir les **coordonnées du centre de prise de vue** à quelques centimètres près. L'opérateur obtient alors de nouveaux points de calage « en l'air » qui participent aux calculs de compensation de l'aérottriangulation et évitent le recours aux inconnues intermédiaires de calcul ; pour utiliser ces données, il faut y associer la mesure de l'inclinaison de l'axe de prise de vue par un système inertiel.

Il est également possible d'utiliser le GPS pour obtenir rapidement des points d'appuis au sol, solution efficace et permettant d'alléger le coût global de la stéréopréparation.

### 5.1.8 Photogrammétrie et SIG

L'objectif premier de la photogrammétrie moderne n'est plus la production de cartes mais l'intégration de données numériques dans les systèmes d'information géographiques (voir § 5.5). À ce titre, la transformation des clichés en orthophotographies numé-

riques devient de plus en plus courante puisque ces clichés permettent de tenir à jour plus aisément la base de données du SIG (voir § 5.2).

C'est pourquoi l'IGN utilise la photogrammétrie pour réaliser une gigantesque base de données, la BDTOPO. Démarré en 1988, ce vaste projet doit durer au minimum 15 ans. Cette BDTOPO, établie sur un modèle complexe de données de type système 9 de Wild, permettra, outre les cartes classiques numériques, l'établissement de cartes thématiques. La structure des données permettra aussi de les utiliser après filtrage dans différentes applications informatiques tels les calculs d'itinéraires, l'organisation d'interventions d'urgence, les simulations d'aménagement, etc. L'IGN utilisera la BDTOPO pour l'établissement automatique de la carte de base au 1/25 000, mais aussi pour d'autres cartes dérivées (voir avancement sur le site de l'IGN : [www.ign.fr](http://www.ign.fr)).

## 5.2 Orthophotographie numérique

Une photographie aérienne ne donne pas une image du terrain semblable à une carte. En fait, une photographie aérienne est plus proche d'une **perspective conique** du terrain si l'on néglige les déformations dues aux distorsions de l'objectif et à la réfraction atmosphérique. Comme nous l'avons vu au paragraphe 5.1.1., l'échelle des objets mis à plat sur une photographie est fonction de la distance de l'objectif à l'objet. En terrain parfaitement horizontal, tous les objets d'une photographie aérienne seraient à la même échelle ; en terrain accidenté, les zones les plus proches de l'avion (montagnes) sont grossies par rapport aux zones les plus éloignées (vallées). L'échelle n'est donc **pas constante** et la photographie ne peut être directement utilisée comme fond de plan. La technique de **l'orthophotographie** permet de transformer un cliché classique en image utilisable directement comme fond de plan : on obtient l'équivalent d'une photographie faite sans objectif, impossible dans la réalité, comme si on **projetait orthogonalement** les points du sol sur le support photographique avec, bien sûr, une réduction d'échelle pour que cela passe dans le format du négatif.

### 5.2.1 Avantages de l'orthophotographie numérique

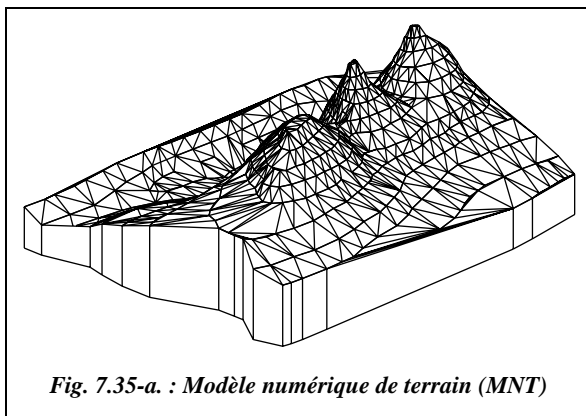
Une orthophotographie numérique conserve la valeur « objective » d'une photographie ; elle n'est pas interprétée comme une carte classique et contient donc une plus grande quantité d'informations. Elle présente au moins la même précision qu'une carte et chacun de ses pixels est repéré en coordonnées : on peut donc dire qu'elle est géocodée. Par suite, il est très simple de mettre à jour tout ou partie d'une orthophotographie par substitution d'informations plus récentes. On peut également l'utiliser comme support de digitalisation : une digitalisation faite directement sur le fichier-image utilisé comme fond de plan n'introduit pas de perte de précision. Un autre avantage est la présence de **couleurs** permettant de réaliser plusieurs photographies thématiques à partir d'une même photographie de base, par exemple, une carte des cultures, une carte des zones forestières, etc. Le mosaïquage de plusieurs photos permet d'obtenir à des échelles différentes de vastes zones représentées sur une même photographie avec une précision homogène. Enfin, il est possible d'obtenir une visualisation du terrain depuis un point de vue quel-

conque et même s'y déplacer virtuellement. C'est cette technique qui a été utilisée pour définir les nouvelles frontières de l'ex-Yougoslavie à la fin de l'année 1995. Rappelons que la précision altimétrique avec l'orthophotographie numérique dépend de la qualité du maillage du MNT puisqu'elle est obtenue par interpolation.

C'est pourquoi l'orthophotographie est le support idéal d'un SIG.

Cette technique est encore peu employée en France mais très courante dans d'autres pays tels la Belgique et l'Allemagne. Elle devrait connaître un développement important puisqu'avec l'avènement des micro-ordinateurs multimédias, le besoin et l'utilisation d'images numériques augmentent chaque jour. La capacité de stockage des disques durs et la vitesse de traitement des processeurs permettent aujourd'hui de traiter des images de plusieurs centaines de méga-octets (millions de pixels) sur de simple micro- ou mini-ordinateurs.

### 5.2.2 Obtention d'une orthophotographie numérique



La photographie originale est numérisée après la prise de vue avec un scanneur de très haute résolution (pixel de l'ordre de quelques micromètres).

Les déformations de la photographie liées aux effets du relief et à l'inclinaison de l'axe de la caméra doivent être éliminées. Pour cela, il faut disposer d'un modèle numérique de terrain (MNT, fig. 7.35-a.) obtenu à partir d'une restitution photogramétrique classique sur un

couple de clichés, où le pointé est effectué soit par l'opérateur, soit au moyen d'un logiciel de corrélation automatique sur un restituteur numérique. Le fichier-image obtenu par numérisation du cliché est orienté à l'aide des points de calage et corrigé de ses déformations grâce au MNT. Les différents fichiers sont ensuite assemblés en une orthophotographie par mosaïquage. L'assemblage est réalisé selon les discontinuités du paysage de manière à ne pas mettre en évidence des zones de transition d'une photographie à l'autre.

Ensuite, il faut faire subir à cette orthophotographie des corrections radiométriques destinées à améliorer le contraste et à gommer les différences d'éclairement d'un cliché à l'autre. Le premier niveau de correction radiométrique est appliqué à chaque cliché ; un deuxième niveau est ensuite appliqué à l'orthophotographie complète.

Il importe de considérer l'orthophotographie numérique non seulement comme une sortie numérique sur film ou sur papier ayant valeur de carte, mais désormais comme une nouvelle information aisément communicable grâce aux supports comme le cédérom, disque optique dont la capacité de plusieurs centaines de méga-octets permet le stockage de grandes quantités d'informations. Cette couche raster (ensemble de points) jouera à l'avenir un rôle croissant en relation avec les SIG et les systèmes DAO (Dessin Assisté par Ordinateur, ou CAD, *Computer Assisted Design*) dans le processus de mise à jour cartographique.

### 5.3 Photogrammétrie par satellite

L'observation de la terre peut être effectuée à très haute altitude : c'est le domaine des satellites. En particulier le satellite SPOT (Satellite Pour l'Observation de la Terre). Dans ce cas, le terme de photographie est impropre : il s'agit plutôt d'acquisition de données numériques par télédétection.

L'acquisition d'informations s'effectue au moyen d'une bande de 6 000 capteurs ou détecteurs qui collectent la lumière du soleil réfléchi par la terre. Chaque capteur collecte la lumière d'un carré de surface terrestre d'au moins 10 m de côté, soit une bande de 60 km de large au sol. Ces informations numériques sont diffusées directement vers les stations de contrôle au sol ou stockées sur le satellite pour une diffusion ultérieure.

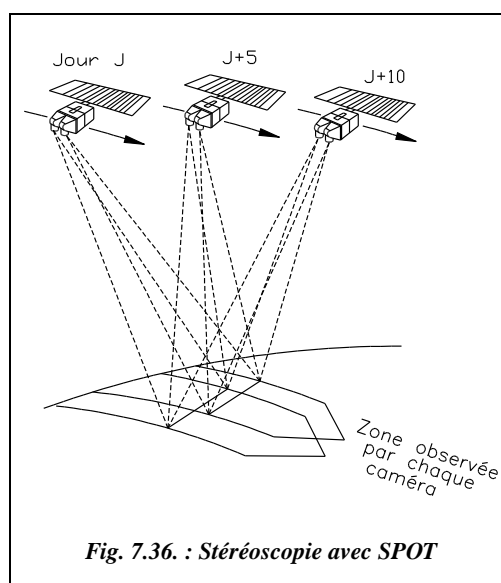


Fig. 7.36. : Stéréoscopie avec SPOT

SPOT présente la particularité de pouvoir incliner son axe de prise de vue latéralement (fig. 7.36.) avec un débattement maximal de  $\pm 27^\circ$ . La même zone de terrain étant ainsi observée sous plusieurs angles de vue différents, on peut en obtenir une parallaxe et donc une restitution photogrammétrique. Cette inclinaison permet aussi de ramener de 26 jours à 5 jours la durée entre deux prises de vue d'une même zone de la surface terrestre.

L'avantage du satellite est la grande surface observée, de  $60 \times 60$  à  $117 \times 117$  km<sup>2</sup>, ce qui permet d'obtenir rapidement une cartographie à petite échelle. La résolution maximale, plus petits détails visibles, est actuellement (satellite SPOT 4) **de l'ordre de 10 m** en noir et blanc, 20 m en couleur soit 0,2 à 0,4 mm sur papier à l'échelle 1/25 000. La résolution de 10 m correspond à la largeur des capteurs utilisés sur le spectre lumineux (mode panchromatique). Lors d'une acquisition en mode multispectral, c'est-à-dire avec diffé-

rentes longueurs d'onde, les éléments sont groupés par quatre afin d'obtenir une plus grande intensité ; la résolution tombe donc à un carré de 20 m de côté.

Les produits diffusés par la société Spotimage ([www.spotimage.fr](http://www.spotimage.fr)) à partir des données numériques du satellite SPOT sont fournis après diverses corrections (filé oblique dû à la rotation de la terre, correction de projection, etc.) à des échelles variant de 1/50 000 à 1/400 000.

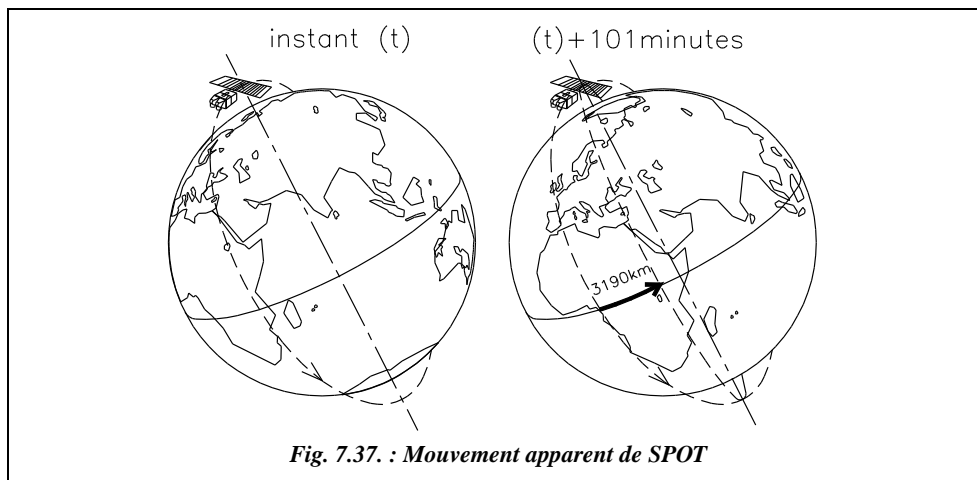
La prochaine génération (satellite SPOT 5) sera encore plus performante dans le domaine de la stéréoscopie : la résolution sera améliorée jusqu'à 5 m par point en noir et blanc (panchromatique). Le satellite militaire HELIOS, d'un concept similaire à SPOT, offre une résolution allant de 1 à 3 m ; ces satellites présentent de plus la possibilité de se rapprocher de la terre et d'obtenir ainsi une résolution très inférieure au mètre...

### **5.3.1 Caractéristiques générales de SPOT**

Le programme SPOT, mis en place en 1978 par le Gouvernement français, a permis le lancement du premier satellite (SPOT 1) le 22 février 1986, avec la participation de la Suède et de la Belgique. SPOT 2 a été lancé en janvier 1990, SPOT 3 en novembre 1993 et SPOT 4 le 24 mars 1998. Le lancement de SPOT 5 est prévu pour l'année 2001. Le CNES (Centre National d'Études Spatiales) gère les satellites alors que la société Spotimage est en charge de la commercialisation des données numériques.

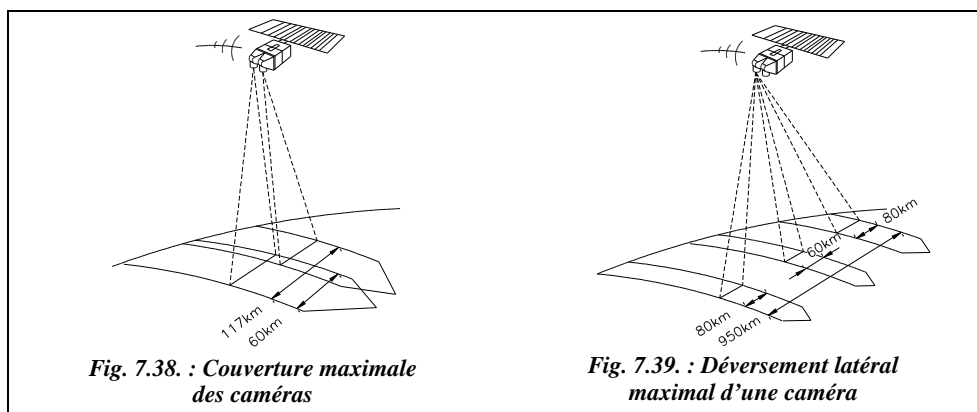
Le satellite est placé sur une orbite circulaire à 832 km d'altitude, inclinée à 98° par rapport au plan de l'équateur (orbite quasi-polaire). Cette orbite est parcourue exactement en 14 et 5/26 fois par jours, soit une révolution en 101 minutes. Le choix d'une orbite circulaire est justifié par le fait que les scènes SPOT doivent être le plus possible comparables entre elles ; la hauteur du satellite au-dessus du sol doit donc être constante. L'altitude a été fixée en fonction de la fréquence de passage souhaitée.

Le plan orbital garde une direction fixe par rapport au soleil. C'est la rotation de la terre entre deux passages du satellite qui permet à SPOT de parcourir toute la surface du globe : en 101 minutes, la rotation de la terre a provoqué un décalage de trajectoire de 2 824 km en projection sur l'équateur, ce qui donne 3 190 km à l'altitude de SPOT et 2 000 km sur terre à notre latitude (fig. 7.37.). Le choix d'une orbite héliosynchrone, synchronisée avec le soleil, orbite située dans le plan comprenant le soleil et l'axe des pôles de la terre, permet d'obtenir des conditions d'éclairement identiques pour toutes les scènes de même latitude et à une même heure solaire, et d'assurer des conditions d'éclairage optimales.

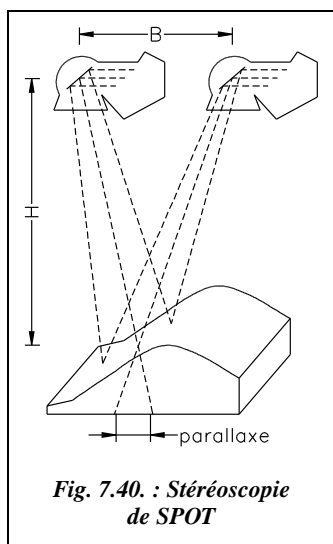


La périodicité est telle que SPOT passe à la verticale d'un même point tous les 26 jours. Cette période a été choisie de sorte que SPOT puisse observer l'ensemble de la planète : en effet, la trace utile des instruments de prise de vue au sol étant au maximum de 108 km, la circonférence de la terre à l'équateur étant de 40 087 km, soit environ 369 révolutions par cycle, d'où un cycle de 26 jours puisque chaque cycle quotidien est de  $14 + 5/26$ . Lorsque deux satellites sont exploités simultanément, leur orbite sont en opposition de phase (décalage de  $180^\circ$ ), ce qui permet de réduire de moitié le temps de passage sur une même zone : actuellement, depuis la perte de SPOT 3 à la fin de l'année 1997, SPOT 1 a été réactivé et fonctionne avec SPOT 2 et SPOT 4.

Les instruments de prise de vue sont au nombre de deux : HRV ou haute résolution visible. La trace au sol de chaque prise de vue a une largeur de 60 km en prise de vue verticale, 117 km si l'on juxtapose les prises de vue des deux instruments (fig. 7.38.) et 80 km en prise de vue inclinée à  $27^\circ$  (fig. 7.39.). Dans ce dernier cas, la zone balayée est de 950 km de large. Ces caractéristiques et la courte périodicité du satellite font que l'opérateur peut obtenir plusieurs vues de la même zone avec un intervalle de temps minimal entre deux prises de vue.



Les prises de vue présentent de 6 000 à 9 800 lignes comprenant chacune 6 000 à 10 400 pixels en mode panchromatique ou noir et blanc, soit 36 à 102 millions de pixels. Les documents proposés par SPOT sont soit des films (241 mm × 241 mm) à l'échelle 1/200 000 (film sur un quart de scène) ou 1/400 000 (film sur scène entière), soit des produits analogues au numérique (tirages photo, cédérom, bandes) à des échelles allant du 1/50 000 au 1/400 000.



La stéréoscopie est obtenue par l'observation d'une même zone sous deux angles de vue différents (fig. 7.40. : vue en coupe de SPOT perpendiculairement au sens du déplacement sur son orbite). La différence d'angle de vue est obtenue par l'inclinaison latérale des caméras, inclinaison pilotée depuis les stations de contrôle au sol. Les deux prises de vue ne seront donc pas effectuées lors du même passage mais avec un décalage d'au moins cinq jours. En effet, au jour  $J + 5$ , SPOT repasse à 70 km d'un point observé au jour  $J$  (voir fig. 7.36.). Il peut donc observer à nouveau la même zone en inclinant latéralement la prise de vue à raison d'environ 14,2 révolutions par jour. SPOT parcourt en cinq jours  $14,2 \times 5 \times 2\,824 = 200\,504$  km en projection sur l'équateur. La circonférence de la terre à l'équateur étant d'environ 40 087 km, au jour  $J + 5$ , SPOT repasse à  $200\,504 - 5 \times 40\,087 = 70$  km du point observé au jour  $J$ . L'angle maximal d'inclinaison de la

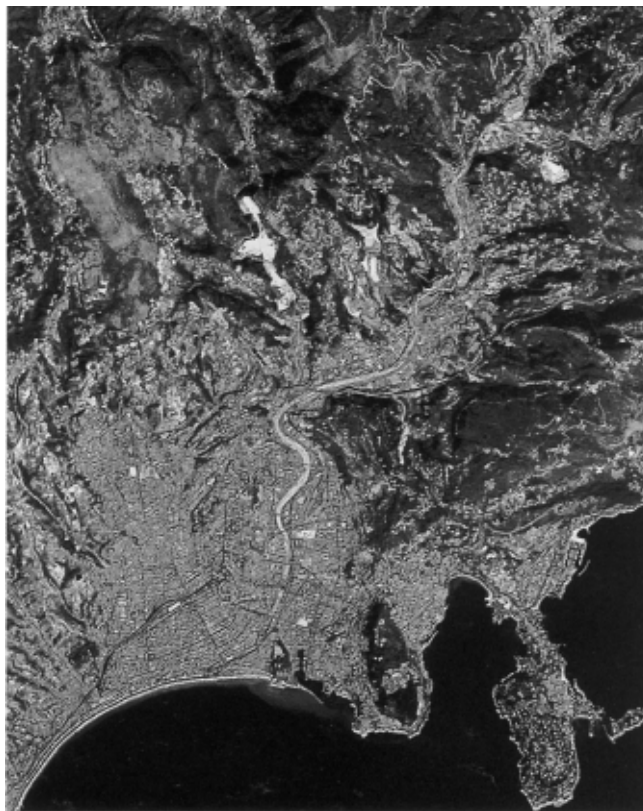
visée étant de  $\pm 27^\circ$ , le rapport  $B/H$  maximal peut atteindre  $1,1 = 950/832$ . Ce rapport doit être supérieur à 0,8 pour pouvoir utiliser les couples stéréoscopiques dans de bonnes conditions de précision.

La géométrie des scènes SPOT est très différente de la perspective conique des photographies aériennes puisque le centre de la prise de vue se déplace au cours de la saisie. L'exploitation de ces scènes n'est donc possible que sur des restituteurs de type analytique équipés de **logiciels spécifiques** dans la tâche de pilotage et dans les programmes de formation du modèle SPOT ; le programme de restitution graphique ou numérique n'est pas modifié.

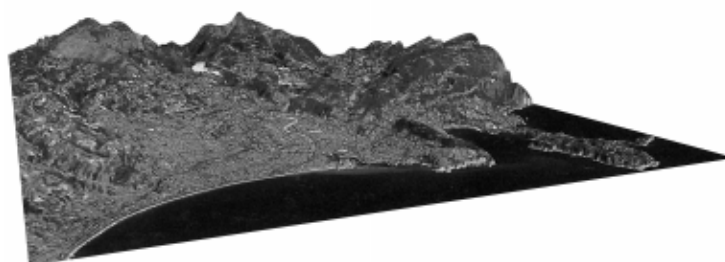
Comme en photogrammétrie aérienne, des points de calage sont nécessaires pour assurer la continuité de la restitution des scènes. Ils peuvent être, soit choisis et déterminés sur le terrain (GPS), soit repérés sur des cartes existantes. Il existe une grande variété de modélisations SPOT (Gugan, Konecny, Kratky, Guichard, etc.), solutions qui ont été parfois retenues par les constructeurs de stéréorestituteurs analytiques et par les universitaires. Cependant, si le plus souvent le modèle SPOT est traité isolément, il peut aussi être traité de manière globale à partir de couples de scènes SPOT : on parle alors de spatiotriangulation.



Exemple de représentation du relief obtenue à partir de photographies SPOT.



*Nice juillet 1986, image SPOT*



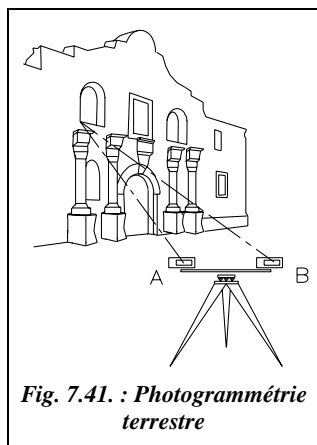
*Perspective générée à partir d'un modèle numérique de terrain : elle représente ce que verrait un observateur placé à 600 m d'altitude et à 2 000 m de la côte (le relief est amplifié 1,5 fois)*

Les scènes SPOT sont saisies sous la forme d'un ruban continu de 60 à 80 km de largeur appelés segments. Ces segments sont ensuite découpés en scènes de 60 km × 60 km (ou 80 × 80). Le calage d'un couple de segments est donc suffisant au calage d'une série de couples de scènes, ce qui limite considérablement le nombre de points de calage à prévoir. Les erreurs moyennes quadratiques obtenues en positionnement sont de l'ordre de 8 à 10 mètres en planimétrie et de 5 à 10 mètres en altimétrie (calculs effectués par l'IGN avec des scènes de SPOT 1), ce qui permet l'établissement de cartes à des échelles inférieures ou égales au 1/50 000, avec un tracé de courbes de niveau équidistantes de 20 à 40 m suivant le relief. La cartographie avec SPOT se heurte cependant à certains problèmes liés au satellitaire, à la précision intrinsèque de 10 m ainsi qu'à la finesse des détails observés (bâtiments) plus ou moins fondus dans la texture du paysage environnant ; notons également les problèmes de couverture nuageuse plus ou moins dense qui ont conduit des pays comme l'Angleterre et l'Allemagne à ne pas s'associer à ce programme.

### 5.3.2 SPOT et les SIG<sup>1</sup>

Les données numériques de SPOT associées à un MNT (modèle numérique de terrain) présentent, vis-à-vis des SIG, les mêmes avantages que les orthophotographies numériques (§ 5.2).

## 5.4 Photogrammétrie terrestre



**Fig. 7.41. : Photogrammétrie terrestre**

Les prises de vues peuvent être réalisées sur terre. Plusieurs techniques sont utilisées, parmi les plus courantes :

- Utilisation d'un ensemble stéréoscopique (fig. 7.41.) constitué de deux appareils spéciaux montés sur une même embase spéciale. On obtient deux clichés parfaitement coplanaires et verticaux d'un même objet. Leur exploitation est identique à celle des clichés aériens.
- Photographies prises à partir de points de vue quelconques : deux photographies d'un même objet sont prises à partir de deux points de vue différents. La position relative des appareils est reconstituée dans le restituteur photogrammétrique comme pour des photos aériennes.

<sup>1</sup> Pour plus d'information, voir, entre autres, les articles suivants de la revue XYZ :

*Utilisation topographique de l'imagerie SPOT*, n° 43 et 44 .

*Contributions des images satellites aux études d'avant projet*, n° 63 .

*Analyse mathématique des possibilités cartographiques du système SPOT*, n° 25.

*Rectification géométrique et restitution photogrammétrique des images SPOT*, n° 24.

Voir aussi le livre *SPOT : Des yeux braqués sur la terre* (bibliographie).

- Photogrammétrie multi-images : plusieurs photographies d'un même objet sont prises depuis des positions quelconques d'un appareil spécial, l'exploitation des clichés se faisant par des mesures directes sur le négatif. Cette méthode ressemble à un lever par intersection au théodolite, chaque station du théodolite étant remplacée par une photographie (voir le détail de la méthode ci-après).

### Remarque

La puissance des micro-ordinateurs multimédias actuels et leur capacité de stockage démocratisent l'utilisation de logiciels de traitement d'images numériques qui se chargent, à partir de simples photographies numériques, de créer des « plans photographiques ». Pour assembler les différentes photographies, il faut disposer de points de calage déterminés par des méthodes de topométrie classique. Citons, par exemple, le logiciel Tiphon développé à l'ENSAIS de Strasbourg, les logiciels de la société Rollei et le logiciel 3D builder ([www.3dconstruction.com](http://www.3dconstruction.com)). Ces technologies devraient connaître un développement important dans les prochaines années car le matériel nécessaire ne demande pas un investissement important à l'échelle d'une entreprise.

Ces méthodes supposent la détermination précise de points de calage sur le bâtiment à lever. Ceci peut être fait par le calcul d'un point inaccessible appuyé sur une polygonale proche du bâtiment. L'intérêt de ce type de lever est l'obtention **rapide** d'un **plus grand nombre de détails** que par un lever classique au théodolite à visée laser. La précision généralement moindre que celle obtenue par des méthodes classiques peut être suffisante pour certains types de travaux.

### Exemple de réalisation

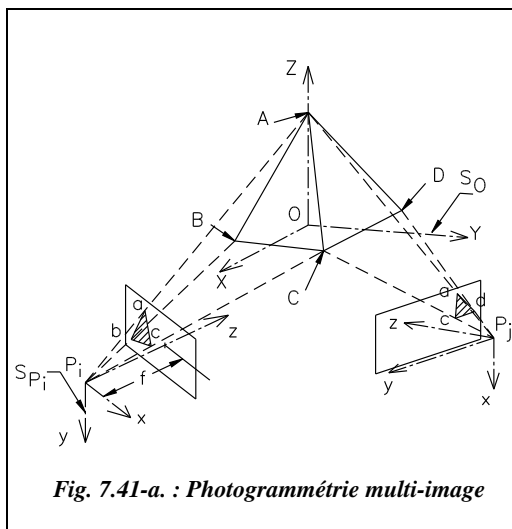
L'auscultation de la pyramide du Louvre a été réalisée par une société marseillaise. Le but était de déterminer avec une précision millimétrique les défauts de planéité des facettes de la pyramide. Chaque face a été photographiée quatre fois : deux fois à mi-hauteur et deux fois depuis un point de vue plus élevé ; l'appareil photographique était sur une grue télescopique.

### Photogrammétrie multi-images

La photogrammétrie multi-images est accessible sans un matériel habituel de photogrammétrie lourd. Il suffit d'un appareil photographique équipé d'une plaque de verre optique quadrillée par un réseau de croix dont la position est connue à 0,1 micromètre près.

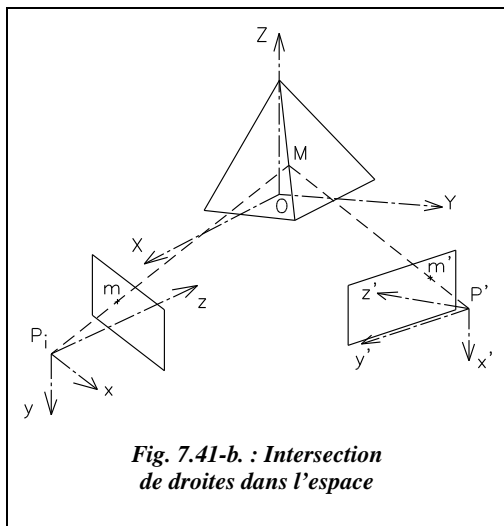
La démarche générale est exposée ci-après :

- 1 - Il faut déterminer les coordonnées  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  de plusieurs points de calage situés sur l'objet à restituer (points A, B, C et D de la figure 7.41-a.) : cette détermination peut être effectuée par des mesures classiques au théodolite ou par la simple mesure d'une base sur l'objet (sans contrôle dans ce dernier cas). Ces points définissent un repère ( $S_0$ ) général lié à l'objet.



- 2 - Des vues multiples de l'objet à restituer sont prises : l'opérateur doit voir sur chaque photographie trois à quatre points de calage. À chaque prise de vue, il peut associer un repère  $S_{pi}$  (repère de la photo  $i$ ) qui est matérialisé sur la photographie par les croix du quadrillage de la plaque réseau. Par exemple, il est possible de choisir de centrer ce repère en P (centre optique de l'appareil situé à la distance focale  $f$  de la photographie) et d'orienter ses axes comme sur la figure 7.41-a. (axe  $z$  passant par le centre de la photo, axes  $x$  et  $y$  parallèles au croix du réseau).

- 3 - Il faut déterminer les paramètres de passage du repère de la photographie au repère général (voir l'étude théorique tome 2, chapitre 1, paragraphe 10.3.) : avec un monocomparateur ou une table à digitaliser, on mesure directement sur le négatif les coordonnées des points de calage dans le référentiel de la photographie ; on obtient ainsi un ensemble de coordonnées connues dans deux référentiels, ce qui permet de déterminer les paramètres de passage d'un repère à l'autre. Cette opération permet d'orienter chaque photographie par rapport au repère général de l'objet. Pour mener à bien ce calcul, il faut partir de valeurs approchées des rotations et translations à effectuer.



- 4 - L'opérateur mesure ensuite les coordonnées de points quelconques projetés sur la photographie et, par un changement de repère, détermine l'équation d'une droite passant par le centre optique P, le point  $m$  projeté sur la photographie et le point réel M sur l'objet (fig. 7.41-b.). Si l'on effectue cette opération à partir d'au moins deux clichés, on obtient les coordonnées réelles du point mesuré par l'intersection des deux droites dans l'espace. Avec des mesures sur trois photographies, l'opérateur contrôle les résultats obtenus.

La précision finale est inférieure au centimètre pour des visées sur des objets rapprochés, situés à moins de 10 mètres, et de l'ordre du décimètre pour des objets éloignés, situés à 100 mètres et plus. Les avantages sont la possibilité d'effectuer des mesures sans contact sur des objets difficiles d'accès, l'acquisition d'informations nombreuses, etc.

Plusieurs applications sont possibles, comme la métrologie (§ 6), l'archéologie, le relevé tridimensionnel de bâtiments, de façades, etc.<sup>1</sup>

Si l'on remplace l'appareil photographique par des caméras CCD (digitalisation directe de l'image pixel par pixel), on débouche sur une application de **métrologie industrielle** (§ 6) appelée vidéogrammétrie. Actuellement, on est capable de traiter en temps réel les images fournies par des caméras CCD pour obtenir l'image virtuelle en trois dimensions d'un objet. Cela permet des contrôles dimensionnels (mesures de haute précision sans contact), des pilotages de robot, etc. À terme, cette technologie pourrait à terme remplacer les actuelles techniques de mesure mécaniques ou optiques.

## 5.5 Les SIG

La cartographie traditionnelle est progressivement remplacée par les SIG (Systèmes d'Informations Géographiques).

La cartographie sur support papier est très longue à produire et il est fréquent qu'une carte soit périmée avant même d'avoir été imprimée. L'apport de l'informatique a permis de réduire le temps de fabrication de la carte mais surtout en facilite la mise à jour : grâce au stockage numérique des informations, on peut aisément modifier tout ou partie d'un fichier et en imprimer sa dernière version à une échelle quelconque restant compatible avec la précision des données. Ce progrès est comparable au passage de la machine à écrire au traitement de texte.

Mais les besoins d'informations actuels font qu'une carte moderne ne peut plus se contenter de représenter seulement la topographie du terrain. En plus des données purement géométriques, une carte doit contenir des **informations thématiques** de plus en plus complexes. Par exemple, des données sur la densité de la population, les quantités de précipitations, les durées d'ensoleillement, l'évolution des températures moyennes dans l'année, les émissions sonores en milieu urbain... Autre exemple, outre le tracé d'une canalisation, l'entreprise qui s'occupe de sa maintenance a besoin de connaître l'âge de sa mise en place ainsi que les caractéristiques géométriques précises de chaque tronçon. Les services de protection civile ont besoin de renseignements précis sur chaque bâtiment comme, par exemple, les facilités d'accès, le nombre d'issues de secours, les équipements disponibles, etc.

---

<sup>1</sup> Voir aussi les articles parus dans la revue XYZ, n° 66, 67 et 68 proposés par Rollei-métric qui dispose du matériel et des programmes effectuant automatiquement ce travail, ainsi que les articles *Photogrammétrie multi-images* et *Photogrammétrie architecturale* du n° 69 de décembre 1996.

### 5.5.1 Qu'est-ce qu'un SIG ?

De ces besoins nouveaux sont nés les SIG, que l'on peut décrire comme des programmes de gestion de données géographiques assurant une restitution documentaire, thématique ou gestionnaire sur carte. À chaque objet dessiné géométriquement sont associés des attributs qui le caractérisent. De plus, il existe des liens entre ces objets, que l'on appelle relations de voisinage : par exemple, la modification de la surface d'une parcelle doit entraîner le calcul automatique des parcelles voisines. On parle de banques de données relationnelles puisqu'elles établissent un lien entre les objets et orientées objet puisque les informations sont structurées par rapport aux objets, ce qui en permet une gestion bien plus efficace lorsque les informations deviennent très nombreuses.

Un tel système doit être capable de stocker un maximum d'informations, tout en conservant un fonctionnement rapide et une édition conviviale de la cartographie. Dans un SIG, toutes les informations doivent être **utiles**. Le problème principal est de fixer la limite entre informations utiles et informations superflues. Elles doivent pouvoir être facilement mises à jour et d'une précision connue au jour de leur utilisation.

Un autre avantage des SIG est le fait qu'une normalisation générale des formats d'enregistrement de ces systèmes devrait permettre une interaction entre les travaux de tous les organismes éditant des SIG. La norme EDIGEO, publiée sous sa forme expérimentale (réf. Z 13-150) en août 1992 par l'AFNOR, est une base solide qui, si elle parvient à s'imposer, permettra aux éditeurs de logiciel d'échanger ou de compléter facilement leurs bases de données.

#### Remarque

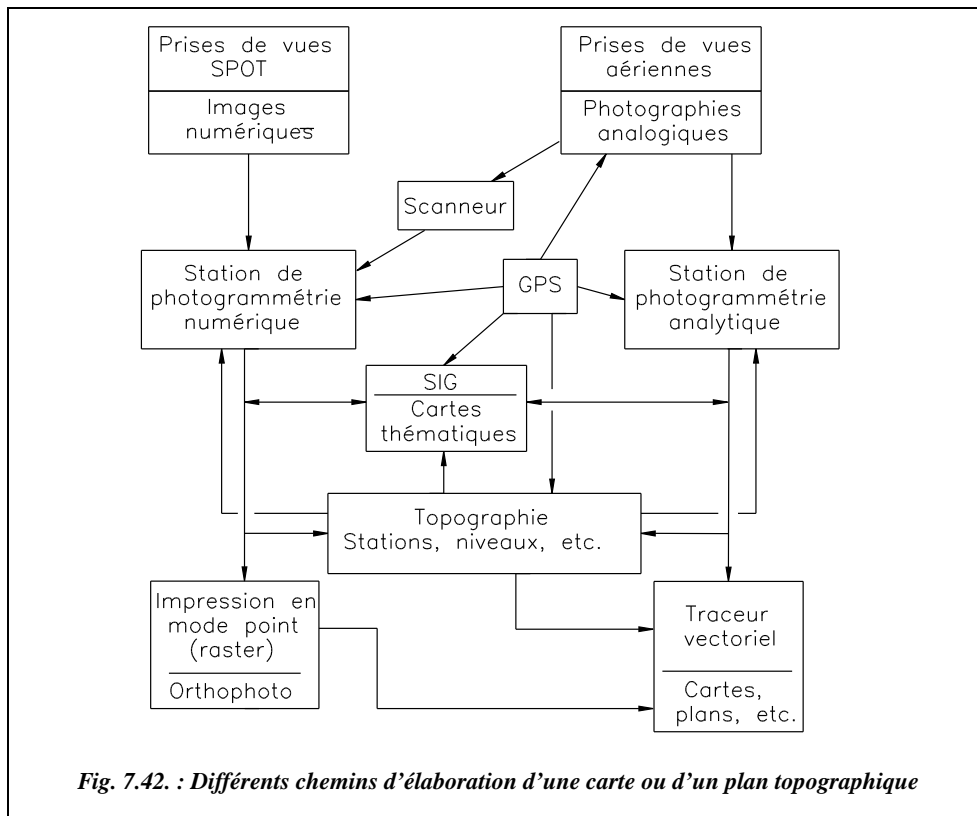
Une des fonctionnalités d'un SIG est d'intégrer dans son programme toutes les règles de représentation graphique utilisées pour l'édition d'une carte. Par exemple : la nécessité d'augmenter, par rapport à l'échelle, la largeur d'une route pour qu'elle soit visible sur une carte dont la finalité est le guidage routier ; en effet, sur une carte au 1/25 000, une route de 10 m de largeur devient un fil de 0,4 mm d'épaisseur ; or, pour assurer sa lisibilité sur la carte où elle représente une information importante, le programme devra la rendre plus large et donc décaler de nombreux objets situés sur son parcours. C'est le problème de la généralisation cartographique, l'un des plus ardues qui soient, surtout en mode automatisé, aucune solution logicielle n'étant à ce jour parfaite<sup>1</sup>.

### 5.5.2 Importance du SIG dans la topographie moderne

La photogrammétrie devient progressivement l'outil de base de la création des SIG parce qu'elle permet de collecter énormément d'informations en peu de temps. De plus, le traitement en différentes couleurs des photographies donnent des informations sur la composition du sol et du sous-sol, des cultures, des forêts, de l'occupation des sols, etc.

<sup>1</sup> Voir aussi le chapitre 8, paragraphe 4. ainsi que l'exemple de SIG de Strasbourg, XYZ, n° 67 et 68.

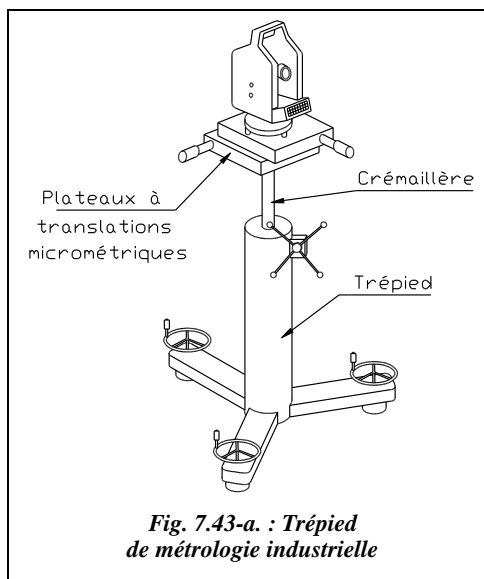
L'orthophotographie constitue aussi un outil puissant et évolutif adapté aux exigences des SIG. N'oublions pas les techniques classiques de saisie topographique qui sont toujours nécessaires, telles les opérations de **complètement** sur le terrain.



Le schéma de la figure 7.42. présente les différentes interactions des technologies modernes détaillées dans ce chapitre, et les différents chemins menant à l'élaboration d'une carte, d'une carte thématique ou d'un plan topographique. Les SIG se situent au centre de cet organigramme.

## 6 MÉTROLOGIE

### 6.1 Métrologie industrielle



La métrologie est en quelque sorte la topométrie industrielle dans laquelle l'opérateur doit atteindre des précisions allant jusqu'au centième de millimètre. Les moyens mis en œuvre pour cela sont les suivantes :

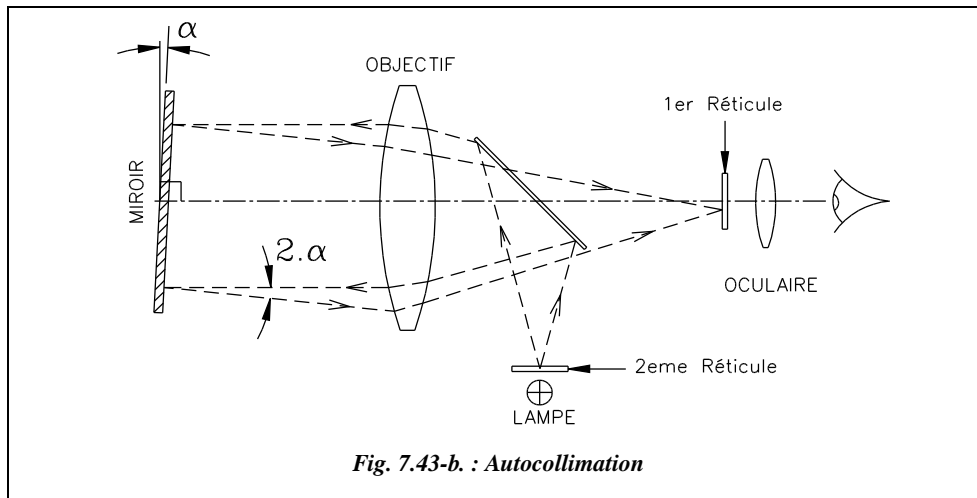
- des théodolites de haute précision (Wild T3000, etc.) à lunettes panfocales – c'est-à-dire que l'adaptation de la focale à la portée d'une visée est automatique – des niveaux, clinomètres et distancemètres de très haute précision, des barres-étalons au carbone, etc. ;
- des trépieds stables, plots en béton ou trépieds en acier rigidifiés, avec des systèmes de translation du plateau piloté précisément par des vis micrométriques (fig. 7.43-a.) ;
- des techniques spécifiques comme l'autocollimation, l'intersection spatiale, etc.

#### 6.1.1 Principe de l'autocollimation

Le théodolite vise un miroir (fig. 7.43-b.). Un système d'éclairage dans l'optique de l'appareil permet à l'opérateur de voir l'image d'un deuxième réticule réfléchi sur le miroir se superposer au premier réticule de l'appareil. Lorsque le réticule et son image sont confondus, il y a autocollimation et le miroir est perpendiculaire à l'axe de visée. Sur la figure 7.43-b., il n'y a pas autocollimation ; le miroir est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique.

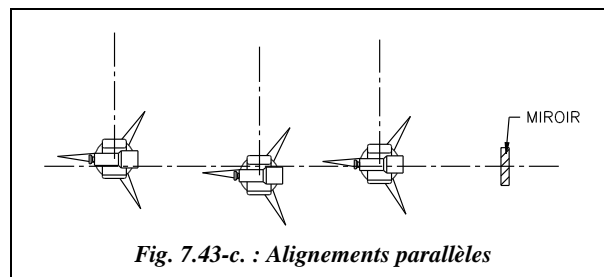
Les miroirs utilisés sont spéciaux : leurs surfaces sont planes au micromètres près. Il est également possible d'utiliser des cubes dont les facettes constituées de miroirs sont parfaitement perpendiculaires.





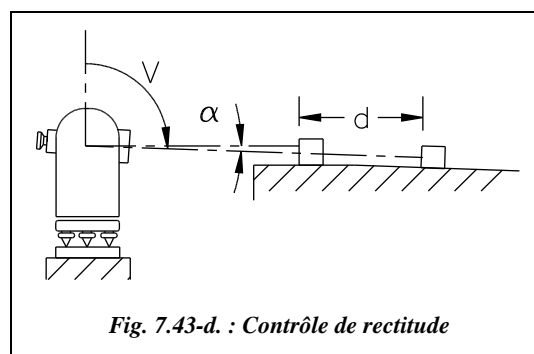
Les deux techniques suivantes sont des applications directes de l'autocollimation.

**1 - Alignements** : chaque fois que l'opérateur réalise l'autocollimation sur un miroir donné, il positionne le théodolite sur un alignement parallèle à la perpendiculaire au miroir. Ainsi, il construit des perpendiculaires parfaitement parallèles (fig. 7.43-c.).



Pour effectuer des lectures angulaires horizontales par tour d'horizon lors de visées courtes, la prise de référence par autocollimation sur un miroir permet d'obtenir une grande précision.

**2 - Contrôle de rectitude** : un miroir est monté sur un cube de sorte que la perpendicularité du miroir et de la surface d'appui du cube soient optimales (fonction de la précision cherchée). Ensuite, l'opérateur déplace le cube sur l'élément à contrôler et il mesure l'angle  $\alpha$  dont on doit corriger la visée pour maintenir l'autocollimation. Il en déduit l'allure de la surface contrôlée en fonction de la position du miroir (fig. 7.43-d.).

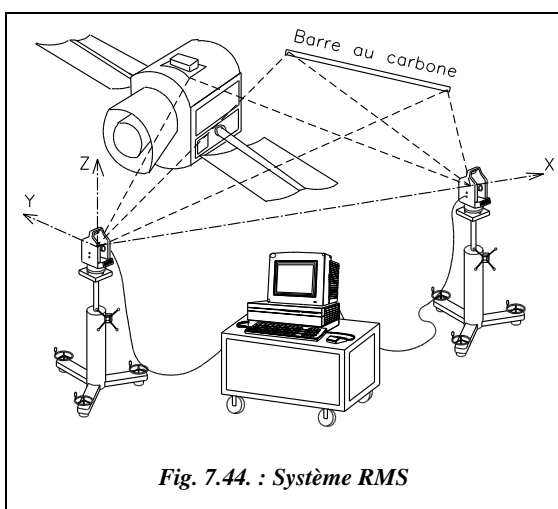


Dans ce cas, la dénivelée entre deux positions du miroir vaut  $\Delta Z = d \cdot \tan \alpha$ .

Si l'on mesure  $\alpha$  au dmgon près et  $d$  au mm près, on obtient la dénivelée au micron près (pour  $d \approx 10$  cm).

### 6.1.2 Intersection spatiale

Dans le principe, il s'agit d'une résolution de point inaccessible (voir chap. 3, § 7.4) : à partir de visées angulaires depuis deux stations, on détermine un point dans l'espace par l'intersection de droites.



Une application actuelle de ce principe est le système RMS (*Remote Measuring System* de Wild, ou système de mesure à distance, fig. 7.44.) qui, par association de théodolites électroniques de précision et d'un micro-ordinateur, permet d'obtenir en temps réel les coordonnées d'un point quelconque d'un objet dans un référentiel donné.

Le point visé est défini soit par une cible, soit par un impact laser. Dans ce dernier cas, des théodolites motorisés équipés de caméras CCD sont capables de pointer

seuls l'impact laser sur un objet et effectuent ainsi les mesures de manière automatique.

Le principe des mesures est le suivant :

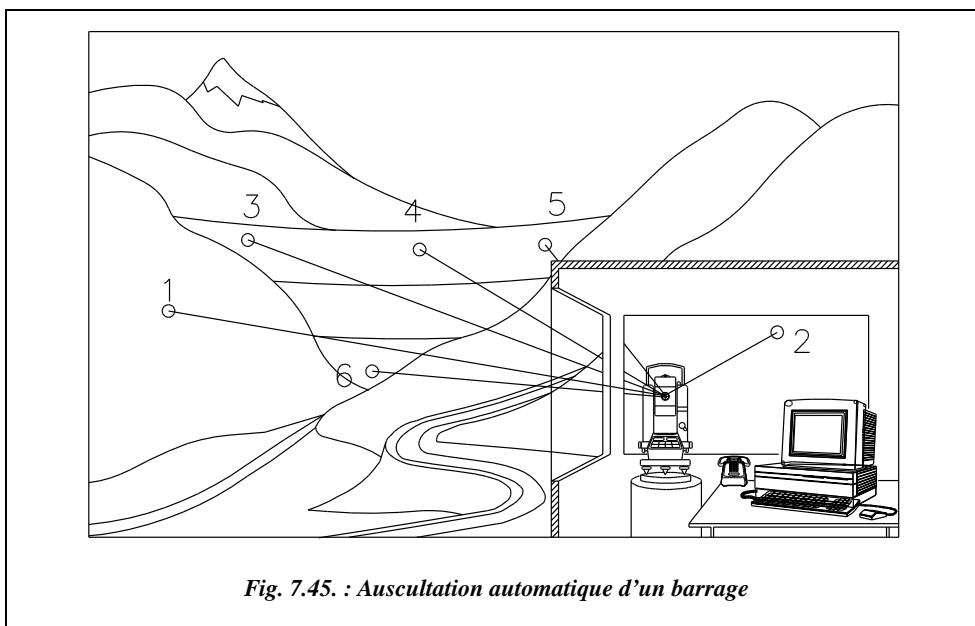
- 1 - les coordonnées des centres optiques des théodolites sont déterminées dans un repère local, soit par relèvement sur des points de calage connus, soit par mise à l'échelle sur une stadia invar ou sur une barre étalon au carbone (voir chap. 4, § 3.1).
- 2 - les lectures angulaires ( $H_z$  et  $V$ ) sur un point donné sont effectuées depuis au moins deux théodolites.
- 3 - la position du point en altimétrie et planimétrie est calculée dans le repère local.

Par exemple, le constructeur Wild annonce pour son système RMS2000 un positionnement à 0,05 mm pour des visées inférieures à 5 m et à 0,2 mm pour des portées de 20 m.

Une autre solution matérielle est la **poursuite laser** : il s'agit d'utiliser la puissance et la faible dispersivité du faisceau laser pour effectuer des mesures sur des objets, même en mouvement, par coordonnées polaires (distance et angle) à l'aide d'un seul capteur et en temps réel.

## 6.2 Auscultation d'ouvrages

L'auscultation n'est pas exactement une technique liée à la métrologie. Elle est cependant très proche, à une échelle plus grande.



*Fig. 7.45. : Auscultation automatique d'un barrage*

L'objectif d'une auscultation est de contrôler la forme d'un ouvrage ou d'en mesurer les déformations : c'est une surveillance de l'ouvrage. Par exemple, la figure 7.45. montre l'auscultation permanente d'un barrage : un programme déclenche à intervalles réguliers une série de mesures sur des cibles fixées sur l'ouvrage. Les cibles 1 et 2, extérieures à l'ouvrage, sont les points durs prédéterminés en coordonnées et servant au calage de l'appareil ; les cibles 3, 4, 5 et 6 servent à mesurer les déformations de l'ouvrage. Ces mesures sont enregistrées sur un support informatique puis après traitement, elles sont expédiées au bureau d'étude chargé du suivi.

Les calculs sont le plus souvent effectués dans un repère local et à partir d'un micro-canevas de points réalisé à proximité de l'ouvrage à ausculter. On parle souvent de micro-triangulation. Le micro-canevas doit être positionné de manière à respecter les paramètres suivants :

- une homogénéité de portées,
- des portées minimales pour garantir une précision optimale en cas de mesure de distances,
- des angles d'intersection favorable,
- une indépendance des points choisis vis-à-vis de l'ouvrage,

- et une bonne stabilité intrinsèque de ces points : il convient de contrôler cette stabilité par des mesures redondantes et des mesures extérieures appuyées sur un deuxième canevas extérieur au micro-canevas à contrôler.

#### Remarque

Pour effectuer des visées obliques à travers un vitrage, le constructeur Leica propose des vitrages spéciaux d'une composition particulière, dont les faces font preuve d'un parallélisme très soigné.

L'appareil utilisé doit alors être un appareil de haute précision, par exemple, dans ce cas, le Wild TCM3000 motorisé. Sa mise en station doit être faite sur un socle stable, un pilier en béton par exemple, par centrage forcé de manière à retrouver une position identique si l'opérateur doit démonter puis remonter l'appareil.

Nous allons examiner quelques cas de calcul suivant le type d'auscultation.

### 6.2.1 Station de coordonnées connues

Le cas de la station de coordonnées connues est l'exemple de la figure 7.45. La station est déterminée précisément par des procédés de triangulation ou par GPS. Les cibles sont des éléments réflecteurs qui permettent des mesures de distances. L'opérateur détermine ensuite par rayonnement plusieurs séries de mesures, telles les coordonnées, dans un repère local, des cibles de calibrage 1 et 2 fixées sur des points durs et stables ; s'il dispose d'un autre point d'appui connu en coordonnées générales, il peut calculer ces cibles en système général.

À chaque série de mesures d'auscultation, l'opérateur vise les cibles de calibrage pour contrôler la stabilité de la station et initialiser ses paramètres, vise les cibles fixées sur l'ouvrage à ausculter et détermine leurs coordonnées.

#### Application

Le repère local a pour origine la station et l'axe des ordonnées  $y$  passe par la cible 1. Ces données sont déterminées précisément à partir d'un grand nombre de mesures.

Point	$x$ (m)	$y$ (m)	$H$ (m)
Station	0,000	0,000	1 201,384
Cible 1	0,000	613,677	1 254,744
Cible 2	278,886	104,808	1 221,112

Tableau d'une série de mesures d'auscultation :

Cible	$D_i$ (m)	$H_z$ (gon)	$V$ (gon)
1	615,989	0,0000	94,4781
2	298,580	77,1152	95,7904
3	574,830	21,5912	84,4956
4	505,744	37,4370	82,3234
5	452,215	52,3144	80,1647
6	475,522	35,1093	105,5451

Valeurs de comparaison pour les cibles de calibrage :

Cible	$D_i$ (m)	$H_z$ (gon)	$V$ (gon)
1	615,992	0,0000	94,4784
2	298,581	77,1149	95,7905

Dans un premier temps, il faut effectuer le contrôle et le calibrage de la station.

Les valeurs des distances mesurées font apparaître une légère différence (conditions atmosphériques, réfraction, etc.) qu'il est possible de prendre en compte sous forme de ppm pour corriger les lectures sur les cibles 3, 4, 5 et 6. Cette correction vaut en moyenne + 4,1 ppm : moyenne des deux valeurs suivantes,

- visée sur la cible 1 :  $C_{\text{ppm}} = + 3 / 0,61599 \approx + 4,9$  ppm.
- visée sur la cible 2 :  $C_{\text{ppm}} = + 1 / 0,29858 \approx + 3,3$  ppm.

En angles horizontaux, le zéro du cercle horizontal étant positionné sur la cible 1 à chaque série de mesures, on constate un écart de  $-3$  dmgon sur la cible 2. Il est possible de compenser cet écart en ajoutant 3 dmgon à toutes les lectures.

En angles verticaux, on constate un écart de  $+1$  à  $+3$  dmgon qu'il est possible de compenser en retirant 2 dmgon à toutes les lectures.

Les données corrigées et le calcul des cibles 3, 4, 5 et 6 sont réunis dans le tableau suivant :

Cible	$D_i$ m	$H_z$ gon	$V$ gon	$D_h$ m	$\Delta H$ m	$x$ m	$y$ m	$H$ m
3	574,832	21,5909	84,4958	557,869	138,614	185,595	526,092	1 339,998
4	505,746	37,4367	82,3236	486,376	138,628	269,814	404,675	1 340,012
5	452,217	52,3141	80,1649	430,444	138,628	315,230	293,107	1 340,012
6	475,524	35,1090	105,5453	473,721	-41,368	248,210	403,489	1 160,016

Il reste enfin à comparer ces résultats aux valeurs de la série de mesures précédentes pour évaluer les déformations de l'ouvrage.

Enfin, il faut déterminer la précision des mesures.

Les écarts enregistrés par rapport aux valeurs de référence donnent une indication quant à la précision des mesures. Par exemple, l'écart de 3 dmgon sur l'angle  $V$  de la cible 1 représente un écart de 3 mm à 616 m. L'appareil utilisé est une station totale motorisée de très haute précision du type Wild TCM3000 : l'écart type en mesure angulaire est de  $\pm 1,5$  dmgon, et de  $\pm (1\text{mm} + 1\text{ ppm})$  pour le distancemètre.

La précision en altitude obtenue est  $H_{\text{cible}} = H_{\text{station}} + D_i \cdot \cos V$  donc en considérant l'altitude de la station exacte, l'incertitude sur  $H$  est :

$$\sigma_H^2 = (\sigma_{D_i} \cdot \cos V)^2 + (D_i \cdot \sin V \cdot \sigma_V)^2.$$

Pour la cible 3, à savoir la plus éloignée, on a :

$$\sigma_H = \pm 1,4 \text{ mm donc } H_3 = 1\,339,998 \pm 0,004 \text{ m.}$$

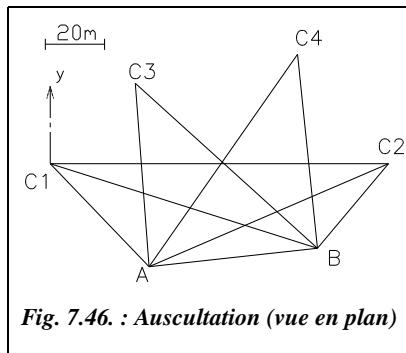
La précision en planimétrie est déterminée par les formules utilisées pour obtenir les coordonnées des cibles, c'est-à-dire :

$$X = D_i \cdot \sin V \cdot \sin H_z \text{ et } Y = D_i \cdot \sin V \cdot \cos H_z.$$

Donc :  $\sigma_x^2 = (\sigma_{Di} \cdot \sin V \cdot \sin Hz)^2 + (Di \cdot \cos V \cdot \sin Hz \cdot \sigma_v)^2 + (Di \cdot \sin V \cdot \cos Hz \cdot \sigma_{Hz})^2$ .  
 Et  $\sigma_y^2 = (\sigma_{Di} \cdot \sin V \cdot \cos Hz)^2 + (Di \cdot \cos V \cdot \cos Hz \cdot \sigma_v)^2 + (Di \cdot \sin V \cdot \sin Hz \cdot \sigma_{Hz})^2$ .  
 Pour la cible 3, on obtient :  $\sigma_x = \pm 1,3 \text{ mm}$  et  $\sigma_y = \pm 1,5 \text{ mm}$ .  
 Le point 3 est donc connu en planimétrie au mieux à 2 mm près environ.

Ces calculs sont effectués à partir de l'écart type donné par le constructeur pour cet appareil. On améliore le calcul précédent en déterminant l'écart type réel à partir des écarts aux références mesurés sur un grand nombre de saisies de données, et l'utiliser dans le calcul d'erreur précédent.

## 6.2.2 Stations quelconques



Dans ce cas, on connaît les coordonnées de deux cibles sur lesquelles l'opérateur s'appuie pour déterminer les coordonnées de la station. Une seule station est nécessaire s'il est possible d'effectuer des mesures de distances : on en revient alors au calcul d'une station libre. En revanche, deux stations sont nécessaires si l'opérateur n'effectue que des mesures angulaires.

L'auscultation périodique d'un ouvrage (vue en plan fig. 7.46.) nécessite des mesures journalières mais aucun site ne permet de fixer des stations durables dans la zone des travaux.

L'opérateur ne dispose pas de distancemètre. Il stationne donc à chaque auscultation deux points A et B quelconques et calcule leurs coordonnées en s'appuyant sur deux cibles C1 et C2 de coordonnées connues dans un système local (altitude NGF connue).

### Application

Les données sont :

Cible	x (m)	y (m)	Z (m)
C1	100,000	100,000	86,154
C2	214,323	100,000	91,685

Les tableaux de mesures suivants doivent permettre de calculer les coordonnées des cibles C3 et C4.

Station B	H <sub>z</sub> (gon)	V (gon)
A	0,0000	102,3153
C1	26,4686	98,6655
C3	53,8030	95,5103
C4	100,4126	89,9168
C2	151,2803	95,9228

Station A	H <sub>z</sub> (gon)	V (gon)
C1	0,0000	98,1147
C3	43,8912	93,7641
C4	87,4735	92,2091
C2	122,7584	95,7726
B	141,7490	101,7773

### Solution

Il s'agit d'un relèvement double sur deux points d'appuis C1 et C2 (voir tome 2, chap. 1, § 7.3). Ce problème peut être résolu de trois manières différentes :

**1 -** On fixe un repère fictif de départ sur les stations : l'origine est la station A' et l'axe des abscisses x, la direction A'B' ( $G_{A'B'} = 100$  gon). La distance A'B' est fixée arbitrairement à 100 m. On peut calculer les coordonnées de C1' et C2' dans ce repère.

Avec :

$$G_{A'-C1'} = 100 - 141,7490 + 400 = 358,2510 \text{ gon}$$

$$G_{A'-C2'} = 358,2510 + 122,7584 - 400 = 81,0094 \text{ gon}$$

$$G_{B'-C1'} = 300 + 26,4686 = 326,4686 \text{ gon}$$

$$G_{B'-C2'} = 300 + 151,2803 - 400 = 51,2803 \text{ gon}$$

Les formules de Delambre donnent les coordonnées fictives de C1 et C2 suivantes :

C1' (48,557 ; 166,863) C2' (247,081 ; 145,224)

Le gisement fictif C1'-C2' vaut 106,9118 gon. Le gisement réel C1-C2 vaut 100 gon. On effectue donc une rotation de repère d'angle de  $-6,9118$  gon.

Les résultats obtenus sont :

$$G_{A-C1} = 351,3392 \text{ gon} ; G_{A-C2} = 74,0976 \text{ gon} ;$$

$$G_{B-C1} = 319,5568 \text{ gon} ; G_{B-C2} = 44,3685 \text{ gon}.$$

Les coordonnées des points définitifs A et B sont déterminées par intersection depuis C1 et C2 : A (133,424 ; 65,139) et B (190,335 ; 71,342).

**2 -** On calcule l'angle  $\alpha$  entre les droites AB et C1- C2 par la formule des cotangentes (voir tome 2, chap. 1, § 7.3.2.2).

Les angles autour de A et B sont les suivants :

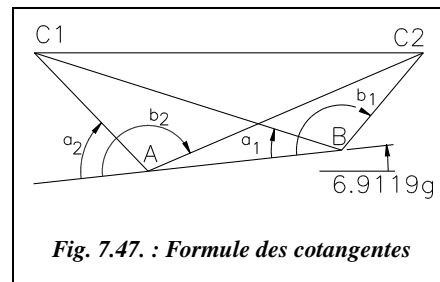
- $a_2 = 58,2510$  gon
- $b_2 = 181,0094$  gon
- $a_1 = 26,4686$  gon
- $b_1 = 151,2803$  gon

On trouve :  $\alpha = 6,9119$  gon.

On en déduit le gisement de la droite AB, à savoir :

$$G_{AB} = 100 - 6,9119 = 93,0881 \text{ gon}$$

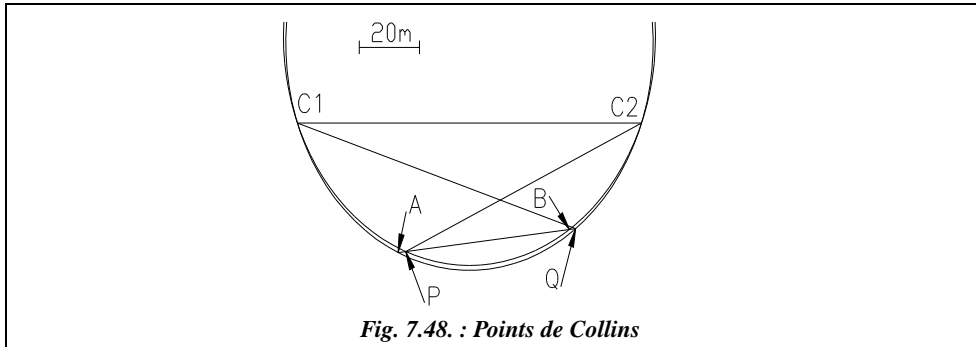
On peut donc calculer A et B par intersection depuis C1 et C2.





**3** - On construit les points de Collins P et Q (fig. 7.48.): cette résolution peut être réalisée graphiquement (voir l'exemple au tome 2, chap. 1, § 7.3).

On trouve P (136,000 ; 65,420) et Q (190,335 ; 71,342) puis on en déduit le gisement  $G_{AB}$  et on peut calculer A et B par intersection depuis C1 et C2.



Pour déterminer les **coordonnées de C3 et C4**, les coordonnées de A et B étant maintenant connues, on détermine C3 et C4 par intersection à partir de A et B.

$$G_{A-C3} = 93,0881 - 141,7490 + 43,8912 + 400 = 395,2303 \text{ gon}$$

$$G_{B-C3} = 293,0881 + 53,8030 = 346,8911 \text{ gon}$$

$$G_{A-C4} = 93,0881 - 141,7490 + 87,4735 = 38,8125 \text{ gon}$$

$$G_{B-C4} = 293,0881 + 100,4126 = 393,5007 \text{ gon}$$

On en déduit par intersection : C3 (128,768 ; 127,171) ; C4 (83,609 ; 36,993).

Pour déterminer les altitudes de C3 et C4, on détermine la dénivelée instrumentale  $\Delta hi$  entre C1 et A, C2 et A, C1 et B puis C2 et B, c'est-à-dire la dénivelée de la cible à l'axe des tourillons. On en déduit l'altitude des tourillons notée  $ht$ , c'est-à-dire :

$$Dh_{A-C1} = 98,767 \text{ m} ; Dh_{A-C2} = 127,146 \text{ m} ; Dh_{B-C1} = 128,079 \text{ m} ; Dh_{B-C2} = 99,009 \text{ m}.$$

$$\begin{aligned} \text{Pour le point A, on obtient : } \Delta hi_{A-C1} &= 98,767 \cdot \cot(98,1147) = 2,926 \text{ m,} \\ \Delta hi_{A-C2} &= 127,146 \cdot \cot(95,7726) = 8,455 \text{ m,} \\ ht_A &= [(86,154 - 2,926) + (91,685 - 8,455)]/2 = 83,229 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pour le point B, on obtient : } \Delta hi_{B-C1} &= 128,079 \cdot \cot(98,6655) = 2,685 \text{ m,} \\ \Delta hi_{B-C2} &= 128,079 \cdot \cot(95,9228) = 8,214 \text{ m,} \\ ht_B &= [(86,154 - 2,685) + (91,685 - 8,214)]/2 = 83,470 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$Dh_{A-C3} = 62,207 \text{ m} ; Dh_{A-C4} = 87,644 \text{ m} ; Dh_{B-C3} = 83,110 \text{ m} ; Dh_{B-C4} = 65,995 \text{ m}.$$

$$\begin{aligned} \text{Pour la cible C3, on obtient : } H_{C3} &= 83,229 + 62,207 \cdot \cot(93,7641) = 89,342 \text{ m,} \\ H_{C3} &= 83,470 + 83,110 \cdot \cot(95,5103) = 89,341 \text{ m,} \\ H_{C3} &= 89,342 \text{ m.} \end{aligned}$$



Pour la cible C4, on obtient :  $H_{C4} = 83,229 + 87,644 \cdot \cotan(92,2091) = 94,009$  m,  
 $H_{C4} = 83,470 + 65,995 \cdot \cotan(89,9168) = 94,011$  m,  
 $H_{C4} = 94,010$  m.

Il est également possible de calculer la hauteur de station en A et B pour obtenir l'altitude de A et B :

$$\begin{aligned} Dh_{AB} &= 52,247 \text{ m}, \\ ht_A &= 83,470 - 83,229 - 52,247 \cdot \cotan(101,7773) = 1,70 \text{ m}, \\ H_A &= 81,529 \text{ m}, \\ ht_B &= 83,229 - 83,470 - 52,247 \cdot \cotan(102,3153) = 1,66 \text{ m}, \\ H_B &= 81,810 \text{ m}. \end{aligned}$$

